

## 1. Analytická geometrie - kružnice

1.1 Napište středovou rovnici kružnice, která má střed v počátku soustavy souřadnic a prochází bodem  $A = [-4; 5]$ .

1.2 Napište středový i obecný tvar rovnice kružnice, která má střed v bodě  $S = [-3; 2]$  a má poloměr 4.

1.3 Napište obecnou rovnici kružnice, která prochází bodem  $K = [-1; 2]$  a střed má v bodě  $S = [3; -2]$ .

1.4 Je dán bod  $A = [-6; 4]$ . Napište rovnici kružnice, jejímž průměrem je úsečka  $OA$ , kde  $O$  je počátek kartézského systému souřadnic.

1.5 Napište středový tvar rovnice kružnice, která má střed v průsečíku přímek  $p: x + 2y - 8 = 0$  a  $q: 2x + y - 1 = 0$  a prochází bodem  $A = [-5; 9]$ .

1.6 Zjistěte, zda rovnice a)  $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 20 = 0$ , b)  $x^2 + y^2 - 2x + 26 = 0$  je obecnou rovnicí kružnice. Pokud ano, určete souřadnice jejího středu a poloměr.

1.7 Napište rovnici kružnice, která prochází body  $A = [4; 3]$ ,  $B = [2; -1]$ ,  $C = [-5; 6]$ .

1.8 Napište rovnici kružnice, která prochází body  $K = [5; 3]$  a  $L = [6; 2]$  a jejíž střed leží na přímce  $3x - 4y - 3 = 0$ .

1.9 Napište rovnici kružnice, která má střed v bodě  $K = [2; -3]$  a dotýká se přímky  $m: 3x + 4y - 9 = 0$ .

1.10 Napište rovnici kružnice, která se dotýká os kartézské soustavy souřadnic a prochází bodem  $K = [1; 2]$ .

1.11 Zjistěte vzájemnou polohu přímky  $p$  a kružnice  $k$ :

a)  $p: x - y - 2 = 0$ ,

b)  $p: 4x + y - 2 = 0$ ,

c)  $p: 6x + 5y - 30 = 0$ ,

$k: (x-3)^2 + (y+1)^2 = 4$

$k: (x+2)^2 + (y-2)^2 = 25$

$k: (x+4)^2 + (y-1)^2 = 9$

1.12 Určete reálné číslo  $c$  tak, aby přímka  $x + 2y + c = 0$  byla a) sečnou, b) tečnou, c) vnější přímkou kružnice  $x^2 + y^2 = 4$ .

1.13 Napište rovnici kružnice procházející počátkem soustavy souřadnic a průsečíky přímky  $x - y + 2 = 0$  s kružnicí  $(x-1)^2 + y^2 = 17$ .

1.14 Ukažte, že bod  $A = [3; 0]$  leží uvnitř kružnice  $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$ , a napište rovnici přímky, na níž leží těživa kružnice, kterou bod  $A$  pólí.

1.15 Napište rovnici tečny kružnice  $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 25$  v jejím bodě  $T = [2; 4]$ .

1.16 Napište rovnici kružnice, jejíž střed leží na přímce  $p: x - 3y - 2 = 0$  a která se dotýká přímky  $q: 4x - 3y + 17 = 0$  v bodě  $T = [-2; y_T]$ .

1.17 Určete souřadnice vrcholů obdélníka vepsaného do kružnice  $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$ , leží-li jedna jeho strana na přímce  $x + 2y = 0$ .

1.18 Napište rovnice tečen vedených ke kružnici  $x^2 + y^2 = 40$  v jejích průsečících s přímkou  $x - y - 4 = 0$ . Určete průsečík těchto tečen.

1.19 Napište rovnici tečen ke kružnici  $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 25$  vedených z bodu  $A = [2; 5]$ .

1.20 Je dána kružnice  $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$  a přímka  $p: 4x - 3y + 20 = 0$ . Napište rovnice tečen k dané kružnici, které jsou rovnoběžné s přímkou  $p$ .

1.21 Napište rovnice tečen ke kružnici  $x^2 + (y-5)^2 = 20$ , které jsou rovnoběžné s přímkou určenou body  $A = [4; 3]$  a  $B = [-2; 1]$  dané kružnice.

1.22 Je dána kružnice  $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 13$ . Napište rovnice tečen dané kružnice, které jsou kolmé na tečnu, která prochází bodem  $A = [1; -1]$ . Vypočítejte průsečíky nalezených tečen s tečnou procházející daným bodem  $A$ .

## 2. Analytická geometrie - elipsa

2.1 Napište rovnici elipsy se středem v bodě  $S = [0; 0]$ , je-li velikost hlavní poloosy 4 a velikost vedlejší poloosy 2. Určete též souřadnice ohnisek.

2.2 Napište rovnici elipsy se středem v počátku soustavy souřadnic, jejíž jedno ohnisko má souřadnice  $F_1 = [0; 3]$  a vedlejší poloosa má velikost 4.

**2.3** Hlavní poloosa elipsy má délku  $\sqrt{5}$ , vedlejší poloosa má délku 2. Napište rovnici této elipsy, jejíž hlavní osa je rovnoběžná s osou  $y$ , jestliže na ní leží body  $A = [0; 0]$  a  $B = [2; -\sqrt{5}]$ . Určete souřadnice hlavních a vedlejších vrcholů této elipsy.

**2.4** Je dána elipsa  $16(x-3)^2 + 9(y+1)^2 = 144$ . Určete délku hlavní a vedlejší poloosy a vypočítejte souřadnice ohnisek a hlavních vrcholů.

**2.5** Ověřte, že rovnice  $x^2 + 4y^2 - 4x + 8y - 28 = 0$  je rovnicí elipsy. Určete souřadnice hlavních a vedlejších vrcholů a ohnisek.

**2.6** Druhé souřadnice bodů na kružnici  $x^2 + y^2 = 36$  byly zmenšeny na jednu třetinu původní velikosti. Určete, o jakou křivku se jedná a napište její rovnici.

**2.7** Jsou dány dvě kružnice  $k_1: x^2 + y^2 - 6x - 2y - 15 = 0$  a  $k_2: x^2 + y^2 - 6x + 10y + 9 = 0$ . Elipsa  $E$  je dána tak, že její ohniska leží v průsečících obou kružnic a vedlejší vrcholy leží ve středech zadaných kružnic. Napište rovnici této elipsy.

**2.8** Zjistěte vzájemnou polohu přímky, která je dána bodem  $A = [-2; -6]$  a je kolmá k vektoru  $\vec{n} = (-3; 2)$ , a elipsy  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ .

**2.9** Určete vzájemnou polohu přímky  $x + 2y - 4 = 0$  a elipsy  $(x+2)^2 + 4(y-2)^2 = 4$ .

**2.10** V závislosti na reálném parametru  $m$  určete vzájemnou polohu přímky  $mx + y - 4 = 0$  a elipsy  $x^2 + 2y^2 = 16$ .

**2.11** Napište rovnici elipsy se středem v bodě  $S = [3; 2]$ , dotýkající se obou os souřadnic, jsou-li její osy rovnoběžné s osami  $x$  a  $y$ .

**2.12** V soustavě souřadnic je dána elipsa tak, že její hlavní osa splývá s osou  $x$  a střed  $S$  elipsy je v počátku soustavy souřadnic. Trojúhelník  $ADC$ , kde  $A$  je hlavní vrchol a  $D$  a  $C$  jsou vedlejší vrcholy elipsy, je rovnostranný. Velikost hlavní poloosy elipsy je 3.

a) Napište rovnici této elipsy.

b) Určete souřadnice ohnisek  $F$  a  $G$  elipsy.

c) Rozhodněte, který z trojúhelníků  $FGX$ , kde  $X$  je libovolný bod elipsy, má největší obvod.

d) Rozhodněte, který z trojúhelníků  $FGX$ , kde  $X$  je libovolný bod elipsy, má největší obsah.

e) Napište rovnice tečny procházející bodem  $M = [2; -1]$ .

**2.13** Jsou dány body  $M = [-3; 0]$  a  $N = [3; 0]$  a přímka  $p$  určená rovnicí  $4x + 5(2 - \sqrt{3})y - 20 = 0$ . Určete souřadnice všech bodů  $P$ , které leží na přímce  $p$  tak, že obvod trojúhelníka  $MNP$  je roven 16.

**2.14** Napište rovnici tečny k elipse  $3(x-2)^2 + 6(y+3)^2 = 18$  v jejím bodě  $A = [4; a_y]$ .

**2.15** Je dána elipsa  $3x^2 + 6y^2 = 18$  a bod  $A = [4; -1]$ . Dokažte, že bod  $A$  leží ve vnější oblasti elipsy, a napište rovnice tečen vedených z tohoto bodu k dané elipse.

**2.16** Najděte rovnice tečen elipsy  $9(x-3)^2 + 16(y+1)^2 = 144$ , které mají směrnici rovnou 1.

**2.17** Elipsa je dána dvěma hlavními vrcholy  $V_1 = [a; 0]$  a  $V_2 = [-a; 0]$  a vedlejším vrcholem  $B = [0; b]$ . Do této elipsy je vepsán rovnostranný trojúhelník, jehož jedna strana je rovnoběžná s osou  $x$ . Určete délku jeho strany.

**2.18** Vypočítejte délku tětiny v elipse jdoucí jejím středem a svírající s hlavní poloosou elipsy úhel  $45^\circ$ .

**2.19** V kartézské soustavě souřadnic je dána elipsa tak, že její hlavní osa splývá s osou  $x$  a střed elipsy je v počátku soustavy souřadnic. Hlavní poloosa má velikost 5, vedlejší poloosa má velikost 3. Určete průsečíky tečen elipsy, jejichž dotykovými body jsou krajní body tětin elipsy procházejících ohnisky kolmo k hlavní ose elipsy.

### **3. Analytická geometrie - hyperbola**

**3.1** Napište osovou rovnici hyperboly, jejíž hlavní poloosa má velikost 2, vedlejší 3 a střed je totožný s počátkem soustavy souřadnic.

**3.2** Napište rovnici hyperboly, která má velikost hlavní poloosy 5, výstřednost 8 a ohniska:  $F_1 = [e; 0]$  a  $F_2 = [-e; 0]$ .

**3.3** Hyperbola, která je souměrná podle os kartézského systému souřadnic, prochází bodem  $M = [6; -2\sqrt{2}]$  a velikost vedlejší poloosy je 2. Napište její rovnici a určete souřadnice vrcholů hyperboly.

**3.4** Napište rovnici hyperboly v osově poloze (tj. střed v počátku soustavy souřadnic), u níž vzdálenosti jednoho z jejích vrcholů od ohnisek jsou rovny 9 a 1.

**3.5** Hlavní vrcholy elipsy mají souřadnice  $A = [-2; 8]$  a  $B = [-2; -2]$  a velikost její vedlejší poloosy je 4. Napište rovnici hyperboly, která má vrcholy v ohniskách elipsy a ohniska ve vrcholech elipsy.

**3.6** Napište rovnici hyperboly, která má vrcholy v ohniskách a ohniska ve vrcholech elipsy  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ .

**3.7** Zjistěte souřadnice středu, vrcholů a ohnisek hyperboly  $9(x+4)^2 - 16(y-2)^2 = 576$ . Určete také její výstřednost a velikost poloos.

**3.8** Určete velikost hlavní a vedlejší poloosy a souřadnice ohnisek hyperboly, která prochází bodem  $A = [-2; -1]$ , její výstřednost je 8 a má střed v bodě  $S = [3; -1]$ .

**3.9** Zjistěte vzájemnou polohu přímky  $10x - 3y - 32 = 0$  a hyperboly  $4x^2 - y^2 = 64$ . Pokud se nejedná o asymptotu, napište i rovnice asymptot.

**3.10** Zjistěte vzájemnou polohu přímky  $x - y - 6 = 0$  a hyperboly  $x^2 - y^2 = 9$ .

**3.11** Zjistěte vzájemnou polohu přímky  $20x - 9y - 18 = 0$  a hyperboly  $16x^2 - 9y^2 = 144$ .

**3.12** Napište rovnici tečny k hyperbole  $9(x+3)^2 - 25(y-2)^2 = 225$  v jejím bodě  $T = [2; y_T]$ .

**3.13** Je dána hyperbola  $x^2 - 9y^2 = 1$ . Napište rovnice všech přímk, které procházejí bodem  $M = [3; 1]$  a mají s hyperbolou společný právě jeden bod.

**3.14** Napište rovnice tečen k hyperbole  $x^2 - 4y^2 = 16$  vedených z bodu  $A = [0; -2]$ .

**3.15** Vypočítejte úhel asymptot hyperboly  $x^2 - 3y^2 = 27$ . Jaká je vzdálenost ohniska od asymptoty?

**3.16** Najděte průsečíky asymptot hyperboly  $x^2 - 3y^2 = 12$  s kružnicí, která má střed v pravém ohnisku hyperboly a prochází počátkem soustavy souřadnic.

**3.17** Napište osovou rovnici hyperboly, která prochází bodem  $N = [5; 2]$  a jedna z jejích asymptot má rovnici  $2x + 3y = 0$ . Určete velikosti poloos hyperboly.

**3.18** Je dána hyperbola  $9x^2 - 16y^2 + 36x + 96y - 252 = 0$ . Určete vzdálenost ohniska této hyperboly od její asymptoty. Vypočítejte délku tělivy hyperboly, která prochází jejím ohniskem kolmo na hlavní osu hyperboly.

**3.19** Hyperbola prochází bodem  $M = \left[6; \frac{3}{2}\sqrt{5}\right]$ , je souměrná podle os soustavy souřadnic a velikost hlavní poloosy je 4. Napište rovnice kolmic spuštěných z levého (resp. horního) ohniska hyperboly na její asymptoty.

**3.20** Bod  $M$  dělí vzdálenost mezi ohnisky hyperboly  $9x^2 - 16y^2 = 144$  v poměru  $|F_1M| : |F_2M| = 2 : 3$ , kde  $F_1$  je levé ohnisko hyperboly. Bodem  $M$  je vedena přímka svírající s kladnou částí osy  $x$  úhel  $135^\circ$ . Najděte průsečíky této přímky s asymptotami hyperboly.

**3.21** Napište rovnici rovnoosé hyperboly, jejímiž asymptotami jsou souřadnicové osy a která prochází bodem  $A = [-4; 2]$ .

**3.22** Napište rovnici rovnoosé hyperboly, jejímiž asymptotami jsou souřadnicové osy a která prochází bodem  $A = [2; 4]$ . Zjistěte velikost jejích poloos a souřadnice ohnisek.

**3.23** Napište rovnici rovnoosé hyperboly, která má střed v bodě  $S = [1; -2]$  a velikost hlavní poloosy je 4. Určete souřadnice ohnisek.

**3.24** Napište rovnici rovnoosé hyperboly, která má střed v bodě  $S = [-3; -1]$  a jedno z ohnisek má souřadnice  $F_1 = [2; 4]$ .

**3.25** Napište rovnici rovnoosé hyperboly, která má výstřednost 2, prochází bodem  $B = [-3; 1]$  a jedna její asymptota je přímka  $x = -2$ .

**3.26** Napište rovnici rovnoosé hyperboly, jejíž hlavní osa leží na přímce  $x - y + 2 = 0$ , jedna asymptota je přímka  $y = 3$  a prochází bodem  $C = [2; 5]$ .

**3.27** Napište rovnici kružnice, jejímž průměrem je úsek přímky  $x + y - 6 = 0$  vyřatý hyperbolou  $xy = 8$ .

#### **4. Analytická geometrie - parabola**

**4.1** Je dána parabola  $x^2 = 12y$ . Určete souřadnice jejího ohniska a napište rovnici její řídící přímky.

**4.2** Napište rovnici paraboly, která má vrchol v počátku soustavy souřadnic a ohnisko  $F = [-4; 0]$ .

**4.3** Napište rovnici paraboly, která má vrchol v počátku soustavy souřadnic a prochází bodem  $A = [-1; -3]$ .

**4.4** Napište rovnici paraboly, která má vrchol  $V = [-1; 2]$ , prochází bodem  $B = [6; 0]$  a osu rovnoběžnou s osou  $y$ . Určete souřadnice jejího ohniska a napište rovnici její řídící přímky.

- 4.5** Napište rovnici paraboly, jejíž ohnisko má souřadnice  $F = [3; 4]$  a řídicí přímka  $d$  je dána rovnicí  $y - 2 = 0$ .
- 4.6** Napište rovnici paraboly, která má vrchol v bodě  $V = [1; n]$  a prochází body  $A = [2; 2]$  a  $B = [2; -6]$ . Určete souřadnice jejího ohniska a napište rovnici její řídicí přímky.
- 4.7** Napište rovnici paraboly, která a) prochází body  $O = [0; 0]$  a  $A = [-1; 2]$  a je souměrná podle osy  $x$ ; b) prochází body  $O = [0; 0]$  a  $B = [2; 4]$  a je souměrná podle osy  $y$ .
- 4.8** Sestavte rovnici geometrického místa bodů stejně vzdálených od počátku soustavy souřadnic a od přímky  $x = -4$ . Určete průsečíky této křivky s osami souřadnic.
- 4.9** Napište rovnici paraboly a její řídicí přímky, jestliže parabola prochází průsečíky osy prvního a třetího kvadrantu s kružnicí  $x^2 + y^2 + 6x = 0$  a je souměrná podle jedné osy kartézského systému souřadnic.
- 4.10** Napište rovnici kružnice, která má střed v ohnisku paraboly  $y^2 = 2px$  a která se dotýká řídicí přímky paraboly. Určete průsečíky paraboly a kružnice.
- 4.11** Napište rovnici paraboly a její řídicí přímky, jestliže parabola prochází průsečíky přímky  $x + y = 0$  a kružnice  $x^2 + y^2 + 4y = 0$  a je souměrná podle osy  $y$ .
- 4.12** Zrcadlová plocha světlometu vznikla otáčením paraboly kolem její osy souměrnosti. Průměr skla reflektoru je  $20\text{ cm}$  a hloubka reflektoru je  $10\text{ cm}$ . V jaké vzdálenosti od vrcholu parabolického zrcadla je třeba umístit bodový zdroj dálkového světla?
- 4.13** Určete vzájemnou polohu přímky  $p: 3x - 7y + 30 = 0$  a paraboly  $y^2 = 9x$ .
- 4.14** Určete vzájemnou polohu přímky  $q: x - 2 = 0$  a paraboly  $x^2 = -6y$ .
- 4.15** Určete vzájemnou polohu paraboly  $(y - 2)^2 = 4x - 20$  a přímky  $p: y = kx + 2$  v závislosti na reálném parametru  $k$ .
- 4.16** Parabole  $y^2 = 2x$  je vepsán rovnostranný trojúhelník, jehož jeden vrchol je počátek soustavy souřadnic. Určete souřadnice jeho ostatních vrcholů.
- 4.17** Napište rovnice tečen vedených k parabole  $y^2 = 8x$  z bodu  $A = [0; -2]$ .
- 4.18** Napište rovnice tečen vedených k parabole  $(x - 2)^2 = 4(y + 1)$  bodem  $A = [5; -1]$ .
- 4.19** Je dána parabola  $(y + 3)^2 = 6(x - 2)$ . Napište rovnici tečny, která je rovnoběžná s přímkou určenou body  $A = [0; 5]$  a  $B = [-2; 4]$ .
- 4.20** Napište rovnici paraboly, která se dotýká přímky  $p: 2x - y - 7 = 0$ , má ohnisko  $F = \left[1; -\frac{5}{4}\right]$  a její osa je rovnoběžná s osou  $y$ .
- 4.21** Ohniskem paraboly  $(y - 2)^2 = -4(x + 1)$  je vedena přímka svírající s kladnou částí osy  $x$  úhel  $120^\circ$ . Napište rovnici této přímky a určete délku vzniklé tětiny.

## ŘEŠENÍ

### 1. Analytická geometrie - kružnice

1.1  $x^2 + y^2 = 41$

1.2  $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 16$ ,  $x^2 + y^2 + 6x - 4y - 3 = 0$

1.3  $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 19 = 0$

1.4  $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 13$

1.5  $(x+2)^2 + (y-5)^2 = 25$

1.6 a)  $S = [-2; 3]$ ,  $r = \sqrt{33}$ ; b) není kružnice

1.7  $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 25$

1.8  $(x-9)^2 + (y-6)^2 = 25$

1.9  $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 9$

1.10  $k_1: (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$ ,  $k_2: (x-5)^2 + (y-5)^2 = 25$

1.11 a) sečna:  $P_1 = [3; 1]$ ,  $P_2 = [1; -1]$ ; b) sečna:  $P_1 = [1; -2]$ ,  $P_2 = \left[-\frac{21}{17}; \frac{118}{17}\right]$ ; c) vnější přímkou kružnice

1.12 tečna:  $c = \pm 2\sqrt{5}$ , sečna:  $c \in (-2\sqrt{5}; 2\sqrt{5})$ , vnější přímkou:  $c \in \mathbb{R} - \langle -2\sqrt{5}; 2\sqrt{5} \rangle$

1.13  $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 25$

1.17  $A = [-4; 2]$ ,  $B = [4; -2]$ ,  $C = [6; 2]$ ,  $D = [-2; 6]$

1.14  $x + y - 3 = 0$

1.18  $x + 3y + 20 = 0$ ,  $3x + y - 20 = 0$ ,  $P = [10; -10]$

1.15  $4x + 3y - 20 = 0$

1.19  $-4x + 3y - 7 = 0$ ,  $3x + 4y - 26 = 0$

1.16  $(x-2)^2 + y^2 = 25$

1.20  $4x - 3y - 49 = 0$ ,  $4x - 3y - 1 = 0$

1.21  $x - 3y - 5 = 0$ ,  $x - 3y + 35 = 0$

1.22  $3x + 2y - 14 = 0$ ,  $3x + 2y + 12 = 0$ ,  $P_1 = [4; 1]$ ,  $P_2 = [-2; -3]$

### 2. Analytická geometrie - elipsa

2.1  $x^2 + 4y^2 = 16$ ,  $F_1 = [-2\sqrt{3}; 0]$ ,  $F_2 = [2\sqrt{3}; 0]$

2.2  $25x^2 + 16y^2 = 400$

2.3  $5(x-2)^2 + 4y^2 = 20$ ,  $A = [2; \sqrt{5}]$ ,  $B = [2; -\sqrt{5}]$ ,  $C = [0; 0]$ ,  $D = [4; 0]$ ;  $5x^2 + 4(y+\sqrt{5})^2 = 20$ ,  
 $A = [0; 0]$ ,  $B = [0; -2\sqrt{5}]$ ,  $C = [-2; -\sqrt{5}]$ ,  $D = [2; -\sqrt{5}]$

2.4  $a = 4$ ,  $b = 3$ ,  $F_1 = [3; -1 + \sqrt{7}]$ ,  $F_2 = [3; -1 - \sqrt{7}]$ ,  $A = [3; 3]$ ,  $B = [3; -5]$ ,  $C = [0; -1]$ ,  $D = [6; -1]$

2.5 je to elipsa:  $S = [2; -1]$ ,  $a = 6$ ,  $b = 3$ ;  $F_1 = [2 - 3\sqrt{3}; -1]$ ,  $F_2 = [2 + 3\sqrt{3}; -1]$ ,  $A = [-4; -1]$ ,  $B = [8; -1]$ ,  
 $C = [2; 2]$ ,  $D = [2; -4]$

2.6 elipsa:  $x^2 + 9y^2 = 36$

2.8 sečna:  $P_1 = [0; -3]$ ,  $P_2 = [2; 0]$

2.7  $9(x-3)^2 + 25(y+2)^2 = 225$

2.9 sečna:  $P_1 = [-2; 3]$ ,  $P_2 = [0; 2]$

2.10  $m \in \left\{-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$  - tečna;  $m \in \left(-\infty; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \infty\right)$  - sečna;  $m \in \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$  - vnější přímkou elipsy

2.11  $4(x-3)^2 + 9(y-2)^2 = 36$

2.12 a)  $x^2 + 3y^2 = 9$ ; b)  $F = [-\sqrt{6}; 0]$ ,  $G = [\sqrt{6}; 0]$ ; c) pro libovolný bod  $X$  elipsy (vyjma bodů  $A$  a  $B$ ) má trojúhelník konstantní obvod; d) jedná se o bod  $C$  nebo  $D$ ; e) nelze - bod  $M$  leží uvnitř elipsy

2.13  $P = \left[\frac{5}{2}\sqrt{3}; 2\right]$

2.17  $d = \frac{2a^2b\sqrt{10}}{b^2 + 3a^2}$

2.14  $x + y - 2 = 0$ ,  $x - y - 8 = 0$

2.18  $d = \frac{2ab\sqrt{2}}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

2.15  $x + y - 3 = 0$ ,  $x - 5y - 9 = 0$

2.16  $x - y + 1 = 0$ ,  $x - y + 9 = 0$

2.19  $P_1 = \left[-\frac{25}{4}; 0\right]$ ,  $P_2 = \left[\frac{25}{4}; 0\right]$ ,  $P_3 = [0; 5]$ ,  $P_4 = [0; -5]$

### 3. Analytická geometrie - hyperbola

3.1  $4x^2 - 9y^2 = 36$

3.4  $9x^2 - 16y^2 = 144$

$$3.2 \quad 39x^2 - 25y^2 = 975$$

$$3.3 \quad x^2 - 3y^2 = 12, \quad A = [2\sqrt{3}; 0], \quad B = [-2\sqrt{3}; 0]$$

$$3.7 \quad a = 8, \quad b = 6, \quad e = 10; \quad S = [-4; 2], \quad A = [-4; -6], \quad B = [-4; 10], \quad F_1 = [-4; -8], \quad F_2 = [-4; 12]$$

$$3.8 \quad a = 5, \quad b = \sqrt{39}; \quad F_1 = [-5; -1], \quad F_2 = [11; -1]$$

$$3.9 \quad \text{tečna: } T = [5; 6]; \quad \text{asymptoty: } y = \pm 2x$$

$$3.10 \quad \text{tečna: } T = \left[ \frac{15}{4}; \frac{-9}{4} \right]$$

3.11 vnější přímka hyperboly

$$3.12 \quad x - 2 = 0$$

$$3.13 \quad 5x - 12y - 3 = 0, \quad x + 3y - 6 = 0$$

$$3.19 \quad 4x + 3y + 20 = 0, \quad 4x - 3y + 20 = 0$$

$$3.20 \quad P_1 = \left[ \frac{4}{7}; \frac{3}{7} \right], \quad P_2 = [4; -3]$$

$$3.21 \quad y = -\frac{8}{x}$$

$$3.22 \quad y = \frac{8}{x}, \quad a = b = 4, \quad F_1 = [4; 4], \quad F_2 = [-4; -4]$$

$$3.23 \quad y + 2 = \frac{8}{x-1}, \quad F_1 = [5; 2], \quad F_2 = [-3; -6]$$

$$3.5 \quad -9(x+2)^2 + 16(y-3)^2 = 144$$

$$3.6 \quad 9x^2 - 16y^2 = 144$$

$$3.14 \quad x\sqrt{2} - 2y - 4 = 0, \quad x\sqrt{2} + 2y + 4 = 0$$

$$3.15 \quad 60^\circ, \quad 3$$

$$3.16 \quad P_1 = O, \quad P_2 = [6; 2\sqrt{3}], \quad P_3 = [6; 2\sqrt{3}]$$

$$3.17 \quad 4x^2 - 9y^2 = 64, \quad a = 4, \quad b = \frac{8}{3}$$

$$3.18 \quad v(F, a) = 3; \quad \frac{9}{2}$$

$$3.24 \quad y + 1 = \frac{25}{2(x+3)}$$

$$3.25 \quad y - 2 = \frac{1}{x+2} \quad \text{nebo} \quad y = -\frac{1}{x+2}$$

$$3.26 \quad y - 3 = \frac{2}{x-1}$$

$$3.27 \quad (x-3)^2 + (y-3)^2 = 2$$

#### 4. Analytická geometrie - parabola

$$4.1 \quad F = \left[ 0; \frac{1}{2} \right]; \quad d: \quad y = -0,5$$

$$4.2 \quad y^2 = -16x$$

$$4.3 \quad y^2 = -9x \quad \text{nebo} \quad x^2 = -\frac{1}{3}y$$

$$4.4 \quad (x+1)^2 = -\frac{49}{2}(y-2), \quad F = \left[ -1; -\frac{33}{8} \right], \quad d: \quad y = \frac{65}{8}$$

$$4.10 \quad \left( x - \frac{p}{2} \right)^2 + y^2 = p^2, \quad P_1 = \left[ \frac{p}{2}; p \right], \quad P_2 = \left[ \frac{p}{2}; -p \right]$$

$$4.11 \quad x^2 = -2y, \quad d: \quad y = \frac{1}{2}$$

$$4.12 \quad 2,5 \text{ cm}$$

$$4.15 \quad k \in \left\{ -\frac{\sqrt{5}}{5}; \frac{\sqrt{5}}{5} \right\} - \text{tečna}; \quad k \in \left( -\frac{\sqrt{5}}{5}; 0 \right) \cup \left( 0; \frac{\sqrt{5}}{5} \right) - \text{sečna}; \quad k \in \left( -\infty; -\frac{\sqrt{5}}{5} \right) \cup \left( \frac{\sqrt{5}}{5}; \infty \right) - \text{vnější přímka};$$

$k = 0$  - rovnoběžka s osou paraboly

$$4.16 \quad A = [6; 2\sqrt{3}], \quad B = [6; -2\sqrt{3}]$$

$$4.17 \quad x = 0, \quad x + y + 2 = 0$$

$$4.18 \quad y + 1 = 0, \quad 3x - y - 16 = 0$$

$$4.5 \quad (x-3)^2 = 4(y-3)$$

$$4.6 \quad (y+2)^2 = 16(x-1), \quad F = [5; -2], \quad d: \quad x = -3$$

$$4.7 \quad \text{a) } y^2 = -4x, \quad \text{b) } x^2 = y$$

$$4.8 \quad y^2 = 8(x+2); \quad \text{s } x: \quad P = V = [-2; 0]; \quad \text{s } y: \quad P_1 = [0; 4], \quad P_2 = [0; -4]$$

$$4.9 \quad y^2 = -3x, \quad d: \quad x = \frac{3}{4}; \quad x^2 = -3y, \quad d: \quad y = \frac{3}{4}$$

$$4.13 \quad \text{sečna: } P_1 = [25; 15], \quad P_2 = [4; 6]$$

$$4.14 \quad \text{rovnoběžka s osou: } P = \left[ 2; -\frac{2}{3} \right]$$

$$4.19 \quad x - 2y - 2 = 0$$

$$4.20 \quad (x-1)^2 = 3(y+2)$$

$$4.21 \quad x\sqrt{3} + y - 2 + 2\sqrt{3} = 0; \quad \frac{16}{3}$$