



PANSKÁ

Střední průmyslová škola sdělovací techniky

Panská 3

Praha 1

© Jaroslav Reichl, 2021

Funkce

sbírka úloh z matematiky

Jaroslav Reichl

Obsah

<i>1. Nepřímá úměrnost.....</i>	<i>3</i>
<i>2. Lineárně lomená funkce.....</i>	<i>4</i>
<i>3. Mocninná funkce.....</i>	<i>5</i>
<i>4. Exponenciální funkce, rovnice a nerovnice.....</i>	<i>6</i>
<i>5. Inverzní funkce.....</i>	<i>11</i>
<i>6. Logaritmické funkce, rovnice a nerovnice.....</i>	<i>11</i>
<i>1. Nepřímá úměrnost.....</i>	<i>18</i>
<i>2. Lineárně lomená funkce.....</i>	<i>19</i>
<i>3. Mocninná funkce.....</i>	<i>22</i>
<i>4. Exponenciální funkce, rovnice.....</i>	<i>29</i>
<i>5. Inverzní funkce.....</i>	<i>36</i>
<i>6. Logaritmické funkce, rovnice.....</i>	<i>39</i>

1. Nepřímá úměrnost

1.1 Bod $P = \left[3; \frac{4}{3}\right]$ leží na grafu nepřímé úměrnosti. Napište její předpis.

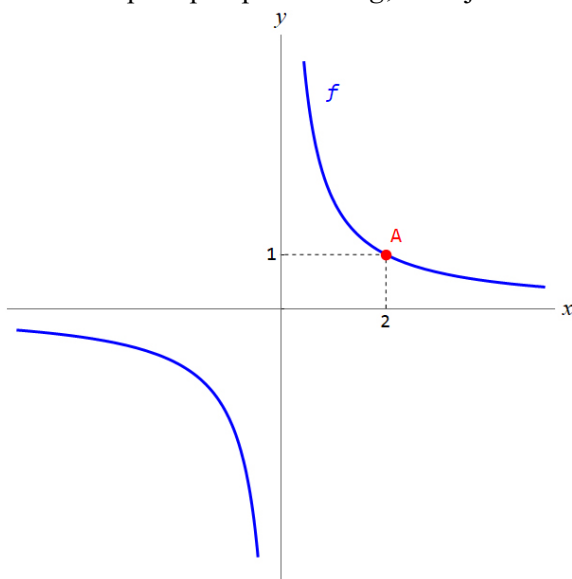
1.2 Bod $Q = \left[1; -\frac{1}{2}\right]$ leží na grafu nepřímé úměrnosti. Napište její předpis.

1.3 Zakreslete do téže soustavy souřadnic grafy funkcí a) $k: y = \frac{1}{x}$, b) $l: y = \frac{2}{x}$, c) $m: y = \frac{1}{2x}$.

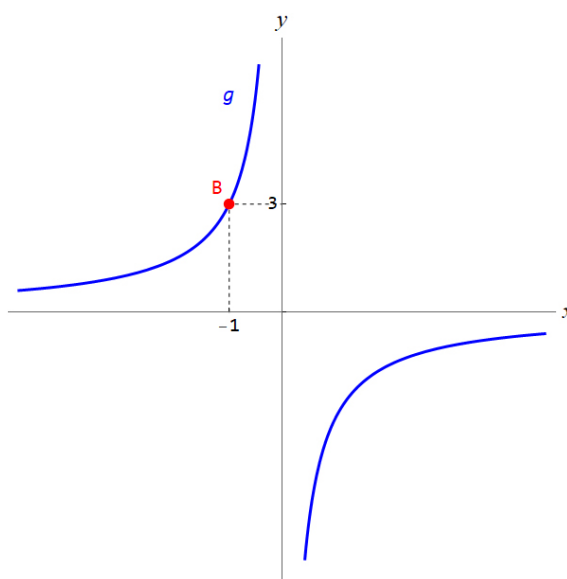
Určete definiční obor a obor hodnot těchto funkcí.

1.4 Napište předpis funkce f , která je zobrazena na obr. 1.

1.5 Napište předpis funkce g , která je zobrazena na obr. 2.



obr. 1



obr. 2

1.6 Určete zbývající souřadnici bodu $W = [x_w; -7]$ tak, aby bod W ležel na grafu funkce $h: y = -\frac{2}{x}$.

1.7 Leží body a) $U = [-4; -1]$, b) $V = [6; 3]$ na grafu funkce $j: y = \frac{4}{x}$? Zdůvodněte.

1.8 V tab. 1 jsou zobrazeny časy, po které různé druhy dopravních prostředků urazily vzdálenost 105 km. Vypočítejte pro každý z časů velikost průměrné rychlosti daného prostředku a sestrojte graf závislosti velikosti rychlosti na čase. Graf zobrazte pro $t \in (0; 5)$ h.

$\frac{t}{\text{min}}$	40	45	50	60	70	80	90	100	120	150	180	300
------------------------	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----	-----	-----

tab. 1

1.9 „Mise na povrchu měla trvat jednatřicet dní. Zásobovací sondy pro jistotu vezly dost jídla pro celou posádku na šestapadesát dní. Strávili jsme tady šest dní, než přišla ta hrozná bouře, takže zbývá jídlo ...“ píše Mark Watney, člen šestičlenné posádky mise zkoumající povrch Marsu, v knize Andyho Weira *Mart'an*. Na kolik dalších dní by vystačily zásoby jídla pro celou posádku? Na jak dlouho vystačí Markovi, který zůstal na povrchu planety Mars sám? Na jak dlouho mu zásoby jídla vystačí, bude-li si dávat pouze tříčtvrtinové porce jídla?

1.10 Zakreslete průběh elektrického potenciálu v závislosti na vzdálenosti v okolí bodového náboje Q a) ve vakuu, b) v prostředí s relativní permitivitou ϵ_r ($\epsilon_r > 1$).

1.11 Zakreslete závislost indexu lomu optického prostředí na velikosti rychlosti, kterou se tímto prostředím šíří světlo.

1.12 Zakreslete závislost vlnové délky elektromagnetického záření, které vyzařuje při dané termodynamické teplotě absolutně černé těleso nejvíce, na termodynamické teplotě tohoto tělesa.

2. Lineárně lomená funkce

Nakreslete pěkně graf dané funkce, určete definiční obor a obor hodnot a vypočítejte průsečíky s osami soustavy souřadnic:

2.1 $f: y = \frac{2x+3}{x+1};$

2.2 $g: y = \frac{2x-3}{x-1};$

2.3 $h: y = \frac{x-3}{x-2};$

2.4 $j: y = \frac{1-x}{x-3};$

2.5 $k: y = \frac{1-x}{2-x};$

2.6 $l: y = \frac{3x-3}{4-2x};$

2.7 $m: y = \frac{x}{3x-6};$

2.8 $n: y = \frac{4x+1}{2x};$

2.9 $p: y = \left| \frac{2x+3}{1-x} \right|;$

2.10 $q: y = -\left| \frac{3-x}{-1-x} \right|;$

2.11 $r: y = \frac{|x|-3}{1-|x|};$

2.12 $s: y = \frac{|x|-2}{|x|+2};$

2.13 $d: y = \frac{|x-1|+2}{3-2|x-1|};$

2.14 $b: y = \frac{4-2|x+2|}{2+|x+2|};$

2.15 $t: y = \frac{|x|-3}{x+1};$

2.16 $u: y = \frac{x-3}{|x|-2};$

2.17 $v: y = \left| \frac{x+3}{|x|+2} \right|;$

2.18 $z: y = \frac{|x+1|-2}{3|x|-6}.$

2.19 Určete, pro která reálná x nabývá funkce $q: y = \frac{2x+1}{x-3}$ kladných funkčních hodnot.

2.20 Určete, pro která reálná x nabývá funkce $v: y = \frac{x-2}{4-x}$ záporných funkčních hodnot.

2.21 Určete, pro která reálná x nabývá funkce $b: y = \frac{1-4x}{2-3x}$ nezáporných funkčních hodnot.

2.22 Určete, pro která reálná x nabývá funkce $d: y = \frac{4-x}{6+3x}$ nekladných funkčních hodnot.

2.23 Určete, pro která reálná x nabývá funkce $m: y = \frac{1-2x}{5-x}$ funkčních hodnot z intervalu $(-1; 11)$.

2.24 Určete, pro která reálná x nabývá funkce $t: y = \frac{3x+1}{2x-2}$ funkčních hodnot z intervalu $\langle -2; 2 \rangle$.

2.25 Určete, pro která reálná x nabývá funkce $z: y = \frac{4-x}{2x-3}$ funkčních hodnot z intervalu $(-3; 3)$.

3. Mocninná funkce

3.1 Zakreslete do téže soustavy souřadnic grafy funkcí a) $u: y = x^3$, b) $u: y = x^5$. Určete definiční obor a obor hodnot těchto funkcí.

3.2 Zakreslete do téže soustavy souřadnic grafy funkcí a) $p: y = x^{-3}$, b) $q: y = x^{-5}$. Určete definiční obor a obor hodnot těchto funkcí.

3.3 Zakreslete do téže soustavy souřadnic grafy funkcí a) $k: y = x^2$, b) $l: y = x^4$. Určete definiční obor a obor hodnot těchto funkcí.

3.4 Zakreslete do téže soustavy souřadnic grafy funkcí a) $m: y = x^{-2}$, b) $m: y = x^{-4}$. Určete definiční obor a obor hodnot těchto funkcí.

3.5 Zakreslete do téže soustavy souřadnic grafy funkcí a) $r: y = \sqrt{x}$, b) $s: y = \sqrt[3]{x}$. Určete definiční obor a obor hodnot těchto funkcí.

Nakreslete pěkně graf dané funkce, určete definiční obor a obor hodnot a pokud je to možné vypočítejte průsečíky s osami soustavy souřadnic:

3.6 $f: y = x^3 - 2$;

3.13 $n: y = \sqrt[3]{3-x} + 1$;

3.7 $g: y = (x+2)^3 - 1$;

3.14 $p: y = (|x|+1)^3 - 4$;

3.8 $h: y = (x-1)^4 - 3$;

3.15 $q: y = |(x-1)^{-2} - 3|$;

3.9 $j: y = -(x-2)^{-4} + 3$;

3.16 $r: y = \left| (|x|-1)^4 - 3 \right|$;

3.10 $k: y = -(x+1)^{-3} - 2$;

3.17 $s: y = \sqrt{|x|+2} - 3$;

3.11 $l: y = (-x+1)^{-3} + 2$;

3.18 $t: y = -\sqrt[3]{|x|-1} + 2$.

3.12 $m: y = \sqrt{x+2} - 1$;

3.19 V množině reálných čísel řešte graficky rovnici $\frac{1}{x} = \sqrt{x}$.

3.20 V množině reálných čísel řešte graficky rovnici $x^3 = \frac{2}{x}$.

3.21 V množině reálných čísel řešte graficky rovnici $\frac{1}{x^3} = \sqrt{x+3} - 2$.

3.22 V množině reálných čísel řešte graficky rovnici $\frac{1}{x} = \sqrt{4-x} - 2$.

3.23 V množině reálných čísel řešte graficky nerovnici $\frac{1}{x} < \sqrt{x}$.

3.24 V množině reálných čísel řešte graficky nerovnici $x^3 + 1 \geq \frac{1}{x^2} - 3$.

3.25 V množině reálných čísel řešte graficky nerovnici $\sqrt{|x|} > x^2 - 4$.

3.26 Napište předpis funkce, která popisuje závislost délky strany čtverce na jeho obsahu. Funkci načrtněte.

3.27 Napište předpis funkce, která popisuje závislost délky hrany krychle na jejím objemu. Funkci načrtněte.

3.28 Napište předpis funkce popisující závislost velikosti gravitační síly působící mezi dvěma tělesy daných hmotností na vzájemné vzdálenosti těchto těles od sebe. Funkci načrtněte.

3.29 ***Napište předpis funkce, která popisuje závislost periody oběhu planety kolem Slunce na délce hlavní poloosy trajektorie planety. Funkci načrtněte.

3.30 ***Napište předpis funkce, která popisuje závislost délky hlavní poloosy planety na periodě oběhu této planety kolem Slunce. Funkci načrtněte.

3.31 Napište předpis funkce, která popisuje závislost periody matematického kyvadla na a) délce jeho závěsu, b) odmocnině z délky závěsu. Která z uvedených funkcí je výhodnější pro prezentaci naměřených dat z tohoto experimentu. Zdůvodněte. Obě funkce načrtněte.

3.32 Napište předpis funkce, která popisuje závislost délky závěsu matematického kyvadla na době trvání jedné periody kmitání. Funkci načrtněte. Porovnejte s předcházející úlohou.

3.33 ***Napište předpis funkce popisující závislost počtu kmitů, které vykoná matematické kyvadlo za určitou dobu, na délce jeho závěsu. Funkci načrtněte.

3.34 Napište předpis funkce, která popisuje závislost velikosti magnetické indukce permanentního magnetu na vzdálenosti od tohoto magnetu. Funkci načrtněte.

4. Exponenciální funkce, rovnice a nerovnice

4.1 Zakreslete do téže soustavy souřadnic grafy funkcí a) $a: y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$, b) $b: y = 2^x$, c) $c: y = e^x$.

Určete definiční obor a obor hodnot těchto funkcí.

4.2 Zakreslete do téže soustavy souřadnic grafy funkcí a) $p: y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, b) $q: y = \left(\frac{1}{e}\right)^x$, c)

$r: y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$. Určete definiční obor a obor hodnot těchto funkcí.

Nakreslete pěkně graf dané funkce, určete definiční obor a obor hodnot a pokud je to možné vypočítejte průsečíky s osami soustavy souřadnic:

4.3 $f: y = 2^{x+1}$;

4.11 $p: y = |3^{1-x} - 2|$;

4.4 $g: y = 3^{x-1} - 2$;

4.12 $r: y = -|1 - e^{2-x}|$;

4.5 $h: y = -0,5^{x-2} + 3$;

4.13 $s: y = \left|\left(\frac{3}{2}\right)^{|x-1|} - 2\right|$;

4.6 $j: y = e^{-x-1} - 3$;

4.7 $k: y = -0,25^{-x+1} - 1$;

4.8 $l: y = e^{|x+1|} - 2$;

4.14 $t: y = -\left|\left(\frac{1}{4}\right)^{2-|x|} - 1\right|$.

4.9 $m: y = 2^{|x-2|} + 1$;

4.10 $n: y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-|x+2|} - 1$;

4.15 Pokles teploty t kávy, která měla počáteční teplotu t_0 a která byla postavena na stůl v místnosti s teplotou okolí t_{ok} ($t_0 > t_{ok}$), v závislosti na čase τ je popsán vztahem $t = t_{ok} + (t_0 - t_{ok}) \cdot e^{-\alpha \cdot \tau}$, kde α je součinitel zahrnující hmotnost chladnoucí kávy, její měrnou tepelnou kapacitu a koeficient přenosu tepla do okolí. Zakreslete graf popsané závislosti. Jakou teplotu bude mít káva po dostatečně dlouhé době?

4.16 Průběh elektrického napětí měřeného na deskách kondenzátoru při jeho nabíjení je v závislosti na čase t popsán vztahem $U = U_m \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$, kde C je kapacita uvažovaného kondenzátoru a R

odpor ke kondenzátoru sériově zapojeného rezistoru. Zakreslete tuto závislost. Jaké elektrické napětí bude na deskách kondenzátoru po uplynutí dostatečně dlouhé doby od začátku nabíjení?

4.17 Průběh elektrického proudu měřeného v obvodu sériového zapojení kondenzátoru s kapacitou C a rezistoru o odporu R během nabíjení kondenzátoru je v závislosti na čase t popsán vztahem

$I = I_m \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$. Zakreslete tuto závislost. Jaký elektrický proud bude obvodem procházet po uplynutí dostatečně dlouhé doby od začátku nabíjení?

4.18 Průběh počtu dosud nerozpadlých radioaktivních jader v závislosti na čase t je popsán

vztahem $N = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$, kde N_0 je počáteční počet radioaktivních jader a T je poločas rozpadu daného radioaktivního nuklidu. Zakreslete tuto závislost. Určete počet nerozpadlých jader v časech T , $2T$ a $4T$ od začátku měření.

Řešte v množině reálných čísel rovnici:

4.19 $2^x = 4$;

4.20 $3^{2x-1} = 27$;

4.21 $e^{0,5k-2} = e^2$;

4.22 $3^{a-1} = 27^{\frac{3-a}{3}}$;

4.23 $6^{2u} = 6^{2\sqrt{u}}$;

4.24 $2^a = 0,25$;

4.25 $4^{u+2} = 32^{2-u}$;

4.26 $9^{3\alpha-1} = 243^\alpha$;

4.27 $\frac{1}{5^{2u-4}} = 125$;

4.28 $4^{5-9y} = \frac{1}{8^{y-2}}$;

4.29 $3^{2\beta^2+2\beta+3} = 9^{\beta^2-2\beta+6}$;

4.30 $8^y = \frac{2^{56} - 4^{26}}{30}$;

4.31 $8^{\beta-2} = 16^{1-2\beta}$;

4.32 $2^{5q} = \sqrt{2}$;

4.33 $6^{\frac{w+2}{3}} = \sqrt{216}$;

4.34 $\sqrt{2^{3a}} = \frac{1}{0,25}$;

4.35 $\sqrt{9^{3-4p}} = \sqrt{27^{2p-5}}$;

4.36 $(\sqrt[4]{2} + \sqrt[4]{2})^3 = 4$;

4.37 $\sqrt[3]{\sqrt{x^n} \cdot \sqrt{x^{n+2}}} = x^4$;

4.38 $\frac{36^r}{6^{-r}} = 216$;

4.39 $49^{4^b} = 7$;

4.40 $16^{8^{\frac{1}{4}}} = 4^{64^{\frac{1}{3}}}$;

4.41 $25^{4^{k-2}} = 5$;

4.42 $10^{4r} = 1000^{21-r}$;

4.46 $4^{20} + 4^{20} = 2^{2z}$;

4.47 $4^{k+1} \cdot 8^{k-1} = 16^{k+3}$;

4.48 $10^t \cdot 100^t \cdot 1000^t \cdot 10000^t = 10^{80}$;

4.49 $\left((5^8)^{\delta-1}\right)^{\frac{1}{\delta}} = 25$;

4.50 $2^{8y} = 16^{32y}$;

4.51 $625^{4z-1} = 25$;

4.52 $6^{5c-2} = 216^{\frac{25}{3}}$;

4.53 $2^{2^{2^2}} = \left(2^{2^{2^2}}\right)^x$;

4.54 $\left(\left(8^{8^{x-3}}\right)^{2^{x-4}}\right)^{2^{x-5}} = 64^{2^{3-x}}$;

4.55 $\left(\left(2^{5^{u-1}}\right)^{5^{u-2}}\right)^{5^{u-3}} = 2^{125}$;

4.56 $\beta^{\beta^3} = 256$;

4.57 $9^{8^{3+2b}} = 3^{2^{7b-4}}$;

4.58 $\left(\frac{4}{9}\right)^{\alpha+1} = \left(\frac{3}{2}\right)^{\alpha+1}$;

4.59 $\left(\frac{2}{5}\right)^{k-1} = \left(\frac{25}{4}\right)^{4k-1}$;

4.60 $\left(\frac{49}{25}\right)^{h+1} = \left(\frac{5}{7}\right)^{h+4}$;

4.61 $2^{y+3} = 5^{y+3}$;

4.62 $3 \cdot 4^{3c+2} = 48$;

4.63 $5 \cdot 9^{3-4b} = 405$;

4.64 $5^u + 5^u = 250$;

4.65 $2^u \cdot 4^{2u+2} \cdot 16^{2-u} = 256$;

4.66 $\left(\frac{1}{9}\right)^{v+1} \cdot 27^{v+2} \cdot 81^{2-v} \cdot 6^{3v} = 8^v \cdot 9^v$;

- 4.43 $\sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt[5]{6\sqrt{2}}}} = \sqrt[6]{\sqrt[5]{4\sqrt{8}}^m}$;
- 4.44 $(\sqrt[3]{a^a})^{2a} = 2$;
- 4.45 $(5^{5^k})^{5^k} = 25 \cdot 125$;
- 4.70 $\left(\frac{5}{4}\right)^{2p+1} \cdot 25^{p-1} \cdot \left(\frac{16}{125}\right)^p \cdot 0,04^{p-2} = \frac{0,2^{2p+3}}{4}$;
- 4.71 $\frac{27^9 - 3^9}{9^9 - 3^9} = 82$;
- 4.72 $4^t + 2^{2t-1} = 3^{t+\frac{1}{2}} + 3^{t-\frac{1}{2}}$;
- 4.73 $2^r + 2^r = 2^{2-r}$;
- 4.74 $5^{y+1} - 5^y = 20$;
- 4.75 $2^{k+3} + 2^{k+2} = 384$;
- 4.76 $3^{t-1} + 3^{t-2} + 3^{t-3} = 13$;
- 4.83 $25 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{8-2a} + 5 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{7-2a} = 625 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{10-2a} - 10$;
- 4.84 $3^{\frac{j+1}{j-2}} + 3^{\frac{2j-1}{j-2}} = 36$;
- 4.85 $\frac{7^{2023} + 7^{2024}}{7^n} = 8$;
- 4.86 $\frac{4^y + 4^y + 4^y + 4^y}{2^y + 2^y} = 32$;
- 4.87 $\frac{9^{-x} - 9^x}{3^x + 3^{-x}} = 80 \cdot 3^x$;
- 4.88 $4^q + 2^{q+1} + 1 = 72 \left(1 + \frac{1}{2^q}\right)$;
- 4.89 $\sqrt[7]{\frac{5^{16} + 5^b}{5^b + 25}} = 5$;
- 4.90 $\sqrt[5]{\frac{5^{12} + 5^w}{5^w + 5^2}} = 5$;
- 4.91 $*** (2v)^{\sqrt[3]{2v}} = \sqrt{2} \sqrt[4]{8}$;
- 4.92 $y^{y^y} = 2^{2048}$;
- 4.93 $\frac{e^{x^2}}{e^3} = e^{2x}$;
- 4.94 $(2^0)^0 = 16$;
- 4.95 $4^{2\alpha^2+2\alpha} = 8$;
- 4.96 $2^{c^3} = 8^{c^2}$;
- 4.67 $\left(\frac{3}{8}\right)^{2-2r} \cdot 16^{r-1} \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^{4-r} \cdot 64^{2r} = \frac{0,5^{r+1}}{729}$;
- 4.68 $z^{z+4} = \sqrt[3]{z}$;
- 4.69 $w^{\sqrt{w}} = \sqrt{w^w}$;
- 4.77 $2^{4-\omega} + 26 = 2^{7-\omega} - 2^{3-\omega}$;
- 4.78 $3^{2x+3} + 4 \cdot 3^{2x+4} = 39$;
- 4.79 $5^z - 5^{z-2} = 120\sqrt{5}$;
- 4.80 $4^p + 2^{1+2p} = 384$;
- 4.81 $3^{\alpha+\frac{1}{2}} + 2^{2\alpha-1} = 4^{\alpha+\frac{1}{2}} - 3^{\alpha-\frac{1}{2}}$;
- 4.82 $\frac{3^u + 3^{u+1} + 3^{u+2}}{9^{2u-1}} = 13$;
- 4.103 $9^b - 6 = 3^b$;
- 4.104 $5^{2p-3} - 6 \cdot 5^{p-2} + 1 = 0$;
- 4.105 $27 + 9^9 = 4 \cdot 3^{9+1}$;
- 4.106 $2^a \cdot 2^{3(a-1)} + 2^{1-a} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^a = 1$;
- 4.107 $3^{2\beta-3} - 4 \cdot 3^{\beta-2} + 1 = 0$;
- 4.108 $2^{2+w} + 8^{\frac{w}{3}+1} + 16^{\frac{w}{4}} = 13 \cdot 32^{1-w}$;
- 4.109 $3^{2t+3} - 9^{t+1} + 81^{2t+1} = 33 \cdot 3^{4t+2}$;
- 4.110 $25^{k+1} + 125^{\frac{2k}{3}+1} - 5^{2k+3} = 125^{2-k}$;
- 4.111 $16^{\frac{q}{2}+1} - 3 \cdot 64^{\frac{q+1}{3}+2} + 3 \cdot 4^{q+2} = 10 \cdot 4^{5-q}$;
- 4.112 $4^u = 3 \cdot 2^{u+3} - 128$;
- 4.113 $4^m - 5 \cdot 2^{m+1} + 16 = 0$;
- 4.114 $25^n - 5^{n+2} + 125 = 5^{n+1}$;
- 4.115 $9 \cdot (9^{c-1} - 1) + 3^{c+2} = 3^c$;
- 4.116 $4 \cdot (1 + 2 \cdot 4^d) - 2^{d+5} = 2^d$;
- 4.117 $2^m + 2^{-m} = 2$;
- 4.118 $9 \cdot 3^\alpha + 3^{2-\alpha} = 82$;
- 4.119 $\frac{4^z + 4 \cdot 2^z + 3}{4^z + 2^z} = 25$;

- 4.97 $4^{100\sigma^2-50} = 8^{100-200\sigma^2}$;
- 4.98 $3^{q^2-3} = \left(\frac{1}{9}\right)^q$;
- 4.99 $9^{x^2} = \frac{1}{81^{4x+6}}$;
- 4.100 $64^{3a^2-1} = 8^{16-3a^2}$;
- 4.101 $\frac{4^{m^2}}{2^m} = 8$;
- 4.102 $4^g + 16^g = 272$;
- 4.126 V množině reálných čísel řešte rovnici: $(\beta + 3)^{\beta^2-4\beta-5} = 1$.
- 4.127 V množině reálných čísel řešte rovnici: $(2 - a^2)^{a^2-3a\sqrt{2}+4} = 1$.
- 4.128 V množině reálných čísel řešte rovnici: $(2b)^{\sqrt[3]{2b}} = \sqrt{2}^{\sqrt{18}}$.
- 4.129 V množině reálných čísel řešte rovnici: $u^{u^5} = \frac{1}{\sqrt[75]{125}}$.
- 4.130 V množině reálných čísel řešte rovnici: $4^{|x-1|} = 16^{|3-2x|}$.
- 4.131 V množině reálných čísel řešte rovnici: $6^{x^2} = \sqrt{19-6\sqrt{2}} + \sqrt{67-42\sqrt{2}}$.
- 4.132 V množině celých čísel řešte rovnici: $(2 + \sqrt{3})^p + (2 - \sqrt{3})^p = 4$.
- 4.133 V množině reálných čísel řešte rovnici: $(\sqrt{2 + \sqrt{3}})^a + (\sqrt{2 - \sqrt{3}})^a = 2$.
- 4.134 Určete hodnotu výrazu $\sqrt{4^z + 8^z}$, jestliže $3 \cdot 2^{-z} = 1$.
- 4.135 Určete součin proměnných a a b , jestliže $4^a = 9$ a $9^b = 256$.
- 4.136 Určete součin proměnných k , l a m , jestliže $3^k = 5$, $5^l = 7$ a $7^m = 729$.
- 4.137 V množině \mathbb{R}^2 řešte soustavu rovnic: $2^{u+3v} = 1024$ a $2^{3u+v} = 64$.
- 4.138 V množině \mathbb{R}^2 řešte soustavu rovnic: $3^{m-3n} = 9$ a $3^{2m-7n} = 27$.
- 4.139 V množině \mathbb{R}^2 řešte soustavu rovnic: $2^{a-b} = 4$ a $3^{2a+b} = 27$.
- 4.140 V množině \mathbb{R}^2 řešte soustavu rovnic: $4^{4r+2s} = 16$ a $5^{r+s} = 125$.
- Bez počítání konkrétní mocniny rozhodněte o pravdivosti daného výroku:
- 4.141 $3^5 < 3^6$;
- 4.142 $2^{-5} \geq 2^{-6}$;
- 4.143 $0,25^2 \leq 0,25^3$;
- 4.144 $0,15^{-6} > 0,15^{-5}$;
- 4.145 $5^{3,14} < 5^\pi$;
- 4.146 $\left(\frac{e}{2,7}\right)^{-2} < \left(\frac{e}{2,7}\right)^{-3}$;
- 4.120 $\frac{8^m + 27^m}{12^m + 18^m} = \frac{7}{6}$;
- 4.121 $49^q + 25^q = 2 \cdot 35^q$.
- 4.122 $2 \cdot 15^p + 5 \cdot 9^p = 3 \cdot 5^{2p}$;
- 4.123 $6^p + 9^p = 2^{2p+1}$;
- 4.124 $8^r + 4^r + 2^r = 14$;
- 4.125 $4^n + 2^{n+1} + 1 = 72 \left(1 + \frac{1}{2^n}\right)$;
- 4.147 $\left(\frac{3,14}{\pi}\right)^{0,05} > 1$;
- 4.148 $\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^{0,02} \geq 1$;
- 4.149 $2^{\sqrt{3}} < 3^{\sqrt{3}}$;
- 4.150 $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^\pi \leq \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^\pi$.

Pro která reálná čísla platí daná nerovnost:

4.151	$u^2 > u^3;$	4.154	$\left(\frac{\pi}{\phi}\right)^{-10} < \left(\frac{\pi}{\phi}\right)^{-6};$
4.152	$\alpha^7 \leq \alpha^{10};$	4.155	$(e \cdot q)^2 < 1;$
4.153	$\left(\frac{b}{3}\right)^{-3} \geq \left(\frac{b}{3}\right)^{-7};$	4.156	$1 \leq \left(\frac{\pi}{5m}\right)^{-c}.$

Řešte v množině reálných čísel nerovnice:

4.157	$10^{x+1} < 100;$	4.163	$4^y \cdot 25^{y-2} \geq \frac{20^y}{125^{y+1}};$
4.158	$4 \cdot 2^{2u-1} \geq 32;$	4.164	$0,5^{4n+1} < 4 \cdot 0,25^{2-n};$
4.159	$\left(\frac{2}{5}\right)^a \cdot \left(\frac{4}{25}\right)^{1-a} \leq \left(\frac{8}{125}\right)^{a-2};$	4.165	$0,2^{4-3v} \leq 25^v \cdot \left(\frac{1}{125}\right)^{v+2};$
4.160	$27^g \cdot 3^{2-g} \leq \frac{1}{9} \cdot 81^{g+2};$	4.166	$4^{2+q} - 2^{2q+1} + 4^{q+1} > 72;$
4.161	$\left(\frac{2}{3}\right)^{k+1} \cdot \left(\frac{27}{8}\right)^{k-2} > \left(\frac{4}{9}\right)^k;$	4.167	$25^{2h-1} + 5^{4h+1} \leq 1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{2-4h} + \frac{2}{5^3};$
4.162	$3 \cdot 16^{1-m} < 12 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{m+2};$	4.168	$(3^p)^p \cdot 9^{p-2} > 3^{p+2};$
		4.169	$(25^r)^{r+1} \cdot 5^{3r-2} \leq 125^r \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-r-1}.$

4.170 Kolik násobků čísla 6^3 leží mezi čísly 6^4 a 6^6 ?

4.171 Pro jaké reálné x nabývá funkce $k: y = 2^{x+1} - 4$ záporných funkčních hodnot?

4.172 Pro jaké reálné x nabývá funkce $u: y = \left(\frac{2}{3}\right)^{2-x} - 1$ nezáporných funkčních hodnot?

4.173 Pro jaké reálné x nabývá funkce $q: y = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x+4} - 2$ funkčních hodnot z intervalu $(-1; 2)$?

4.174 Pro jaké reálné x nabývá funkce $m: y = e^{0,25x+2} + 1$ funkčních hodnot z intervalu $(2; e^2 + 1)$?

4.175 Určete, pro jakou hodnotu reálného parametru α je funkce $f: y = \left(\frac{\alpha}{\alpha+2}\right)^x$ rostoucí.

4.176 Určete, pro jakou hodnotu reálného parametru σ je funkce $g: y = \left(\frac{2\sigma+1}{\sigma-5}\right)^x$ klesající.

4.177 Určete, pro jakou hodnotu reálného parametru τ je funkce $k: y = \left(\frac{2-\tau}{\tau+3}\right)^{-x}$ klesající.

4.178 V množině reálných čísel řešte graficky rovnici $2^x - 1 = x^3$.

4.179 V množině reálných čísel řešte graficky rovnici $3^{-x} + 1 = x^{-2}$.

4.180 V množině reálných čísel řešte graficky nerovnici $-\left(\frac{4}{9}\right)^{2-x} + 3 < \sqrt{x+3}$.

4.181 V množině reálných čísel řešte graficky nerovnici $5^{x-1} - 2 \geq \left(x - \frac{3}{2}\right)^{-3}$.

4.182 Na hladině rybníčka rostou lekníny tak, že každý den zaroste dvojnásobná plocha, než je ta, kterou lekníny zaujímaly předcházející den. Od okamžiku, kdy začnou lekníny růst, zakryjí desátý den celý rybníček. Kolikátý den lekníny pokryjí a) polovinu, b) čtvrtinu rybníčka?

4.183 Rytíř, který zachránil králi jednoho království vzácného koně, si může vybrat ze dvou způsobů odměn. První způsob odměny spočívá v tom, že každý rok po zbytek rytířova života v den, kdy zachránil koně, dostane z královské pokladny 1000 grošů. Druhý způsob odměny spočívá v okamžitém vyplacení 1000 grošů a každý rok po zbytek rytířova života v den záchranu koně dostane z královské poklady pět procent částky, kterou rytíř už dostal. Který způsob odměny je pro rytíře výhodnější?

5. Inverzní funkce

Napište k dané funkci předpis inverzní funkce, určete u obou funkcí definiční obor (tak, aby bylo možné inverzní funkci najít) a obor hodnot a obě funkce zakreslete do téhož systému souřadnic:

5.1 $f: y = 2x + 3$;

5.2 $g: y = -x + 1$;

5.3 $h: y = \frac{x}{3} - 2$;

5.4 $j: y = -\frac{x}{2} + 2$;

5.5 $k: y = (x + 2)^2 - 1$;

5.6 $l: y = -2(x - 1)^2 + 3$;

5.7 $m: y = \frac{(x - 1)^2}{2} - 3$;

5.8 $n: y = -\frac{(x + 3)^2}{2} + 1$;

5.9 $p: y = \frac{x + 1}{x - 2}$;

5.10 $q: y = \frac{-2x + 1}{x + 2}$;

5.11 $r: y = \frac{x - 2}{1 - 2x}$;

5.12 $s: y = (x + 2)^3 - 1$;

5.13 $t: y = -(x - 1)^3 + 2$;

5.14 $u: y = \sqrt{2 - x} + 1$;

5.15 $v: y = \sqrt[3]{x + 1} - 2$.

6. Logaritmické funkce, rovnice a nerovnice

6.1 Zakreslete do téže soustavy souřadnic grafy funkcí a) $k: y = \log_2 x$, b) $l: y = \ln x$, c) $m: y = \log x$. Určete definiční obor a obor hodnot těchto funkcí.

6.2 Zakreslete do téže soustavy souřadnic grafy funkcí a) $p: y = \log_{\frac{1}{2}} x$, b) $q: y = \log_{\frac{1}{e}} x$, c) $r: y = \log_{\frac{1}{10}} x$. Určete definiční obor a obor hodnot těchto funkcí.

Nakreslete pěkně graf dané funkce, určete definiční obor a obor hodnot a pokud je to možné vypočítejte průsečíky s osami soustavy souřadnic:

6.3 $f: y = \log_2 x + 1$;

6.4 $g: y = -\log_3 x - 2$;

6.5 $h: y = \log_{0,5}(x - 1) + 2$;

6.6 $j: y = \log(x + 3) - 1$;

6.7 $k: y = \ln(2 - x) + 3$;

6.8 $l: y = -\log(1 - x) - 2$;

6.12 $q: y = \log_{\frac{1}{3}}(|x| - 1) + 3$;

6.13 $r: y = -\log_{\frac{1}{e}}|x - 3| + 1$;

6.14 $s: y = |\ln(x + 2) - 1|$;

6.15 $t: y = \left| \log_{\frac{5}{3}}(|x| - 2) + 1 \right|$;

6.9 $m: y = \log_2 |x| - 1;$

6.16 $u: y = |\log(x+1)| - 2;$

6.10 $n: y = \ln|x+2| + 3;$

6.17 $v: y = -|\log_2|x| + 1|.$

6.11 $p: y = \log(|x| + 2) + 1;$

Napište k dané funkci předpis inverzní funkce, určete u obou funkcí definiční obor (tak, aby bylo možné inverzní funkci najít) a obor hodnot a obě funkce zakreslete do téhož systému souřadnic:

6.18 $b: y = 2^{x+1} - 3;$

6.20 $d: y = \log(2-x) + 1;$

6.19 $c: y = \left(\frac{1}{e}\right)^{x-2} + 1;$

6.21 $f: y = \log_4(x+3) - 1.$

Vypočtěte neznámou a výpočet zdůvodněte:

6.22 $\log x = 2;$

6.30 $\log_q 10 = -\frac{1}{2};$

6.23 $\log_3 y = 4;$

6.31 $\log_{\sqrt{3}} 81 = \alpha$

6.24 $\log_2 16 = a;$

6.32 $\log_9 81 = k;$

6.25 $\log_b 125 = 3;$

6.33 $\log_f 3 = \frac{1}{5};$

6.26 $\log u = -1;$

6.34 $\ln w = 2;$

6.27 $\log_p 16 = 2;$

6.35 $\log_\sigma 32 = 10;$

6.28 $\log_{81} m = \frac{1}{2};$

6.36 $\log_{\frac{1}{\sqrt[4]{2}}} z = -24;$

6.29 $\log_4 64 = d;$

Vypočtěte a výpočet zdůvodněte:

6.37 $\log_3 \log_8 2 = q;$

6.40 $\log_4 \log_2 256 = j;$

6.38 $\log_2 \log_4 t = 2;$

6.41 $\log_{0,25} \log_c 256 = -2;$

6.39 $\log_w \log 1000 = -\frac{1}{2};$

6.42 $\log_{0,5} \log_{\sqrt[4]{5}} a = -3.$

Vypočtěte:

6.43 $\frac{\log_4 16 - \log_2 8 + \log_{0,5} 4}{\log_3 9 - \log_{27} 81};$

6.44 $\frac{\log_{11} 11 + \log_5 0,2 - \ln e^3}{3 \log_8 64 - 2 \log_4 32};$

6.45 $\frac{\log_7 \sqrt{7} + \log_5 25^3 + \ln \sqrt[3]{e}}{\ln e^5 + 4 \log_3 243 - 2 \log_{0,5} 256};$

6.46 $\frac{\log_{\sqrt{5}} 25 - \log_{0,1} 1000 - 8 \log_{c^2} \sqrt{e}}{\log_{121} 11 - 3 \log_9 27 + 0,1 \cdot \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} 32};$

6.47 $\log_2 9^{\frac{1}{\log_2 \log_2 9}} \cdot \sqrt{7}^{\frac{1}{\log_4 7}}.$

Zjednodušte a udejte podmínky, za kterých má výraz smysl:

6.48 $\ln \frac{1}{2} + \ln 4 - \ln 8 - \ln \frac{1}{4};$

6.49 $\log_7 \sqrt{5} + \log_7 5 - \log_7 25;$

6.50 $\log_4 3 + \log_4 12 + \log_4 16 - \log_4 24;$

6.51 $\log u - \log u^3 + \log u^7;$

6.52 $\log_3 b + \log_3 b^4 + \log_3 \frac{1}{b^2};$

6.53 $\log_2 (q+1) + \log_2 (q-1) - \log_2 (q^2 - 1);$

6.54 $\log_\pi (a-7) - \log_\pi (a^2 - 4a - 21) + \log_\pi (2a+6);$

6.55 $\log xy - \log \frac{x}{y} + \log x^2 y - \log \frac{y^2}{x}.$

6.56 Vyjádřete dekadický logaritmus kladného reálného čísla x pomocí přirozeného logaritmu téhož argumentu.

6.57 Vyjádřete přirozený logaritmus kladného reálného čísla x pomocí dekadického logaritmu téhož argumentu.

6.58 Vyjádřete binární logaritmus kladného reálného čísla x pomocí přirozeného logaritmu téhož argumentu.

6.59 Vyjádřete binární logaritmus kladného reálného čísla x pomocí dekadického logaritmu téhož argumentu.

6.60 Vypočítejte: a) $\log_4 x \cdot \log_x 16$; b) $\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 6 \cdot \log_6 7 \cdot \log_7 8$.

Určete, zda je dané číslo kladné nebo záporné. Svě tvrzení zdůvodněte:

6.61 $\log 5;$

6.64 $\ln \frac{1}{\pi};$

6.67 $\log_{100} 0,5;$

6.62 $\log_2 5;$

6.65 $\log_3 0,2;$

6.68 $\log_4 \frac{\pi}{e};$

6.63 $\log_{\frac{1}{2}} 5;$

6.66 $\log_\pi e;$

6.69 $\log_{0,1} 12.$

Určete a zdůvodněte interval ohraničený dvěma po sobě jdoucími celými čísly, ve kterém se nachází příslušná hodnota:

6.70 $\log 65;$

6.74 $\log 2589;$

6.78 $\log_{\frac{1}{3}} 96;$

6.71 $\log_2 20;$

6.75 $\log_{0,5} 19;$

6.79 $\log_\pi 12;$

6.72 $\ln 10;$

6.76 $\log_4 0,18;$

6.80 $\log_{0,25} 0,02.$

6.73 $\log_5 252;$

6.77 $\log_{\sqrt{2}} 5;$

Logaritmujte daný výraz a určete podmínky, za kterých je výraz definován:

6.81 $x = a^3 b^2;$

6.85 $\Gamma = \frac{75r^5 t^2}{q^3 \sqrt{12 - 3r^2}};$

6.82 $y = 4m^2 n^{-2};$

6.83 $p = 12u^4 \cdot \sqrt[3]{v^2};$

6.86 $\Omega = 3 \frac{\sin^2 \omega}{\pi^2 \cdot \cos^3 \omega}.$

6.84 $q = 52\alpha^3 \sqrt{\beta + 2};$

Vyjádřete neznámou stojící v logaritmu na levé straně rovnosti a udejte podmínky platnosti daných výrazů:

6.87 $\log_z S = \log_z 4 + \log_z \pi + 2 \log_z a;$

6.88 $\log_z t = \log_z 2 + \log_z \varepsilon + 3 \log_z v - 2 \log_z u;$

6.89 $\log_z V = \log_z 4 + \log_z \pi + 2 \log_z r + \log_z v - \frac{1}{2} \log_z r - \frac{1}{2} \log_z v;$

6.90 $\log_z \Sigma = \log_z 10 + 2 \log_z \operatorname{tg} \alpha - \log_z \pi - \frac{1}{2} \log_z a - \frac{3}{2} \log_z \cos \alpha ;$

6.91 $\log_3 A = 2 + \log_3 (x + 7) - \log_3 (x + 2);$

6.92 $\log_7 C = \log_7 v - \log_7 (v + 2) + \log_7 (v^2 + 4v + 4);$

6.93 $\log_{0,25} \beta = \log_{0,25} (3n^2 - 3) - \log_{0,25} (n - 1) - \log_{0,25} (1 + n).$

V množině reálných čísel řešte rovnice:

6.94 $2^x = 3 ;$

6.95 $5^{u+1} = 4 ;$

6.96 $3^{4b-2} = 5 ;$

6.97 $3 \cdot 4^{1-0,5n} = 10 ;$

6.98 $2^v = 5^{v+2} ;$

6.99 $3^{\alpha+2} = \sqrt{5^\alpha} ;$

6.100 $6^{2p+1} = \sqrt{3^p} ;$

6.101 $(\sqrt{2} + \sqrt{8})^\alpha = \sqrt[3]{100} ;$

6.102 $2^v + 2^2 = 2^{v+2} ;$

6.103 $\frac{10^u + 10^{-u}}{10^u - 10^{-u}} = 2 ;$

6.104 $\frac{e^p + e^{-p}}{e^p - e^{-p}} = 2 ;$

6.105 $2^{\alpha^2-2\alpha} = (\log_{\sqrt{2}} 4)^{\frac{\alpha}{2}} ;$

6.106 $\log_3 (2 - 5\sigma) = \log_3 (2\sigma + 1) ;$

6.107 $\log_5 (4 - w) = -\log_5 (w + 2) ;$

6.108 $\log_{3\sqrt{3}} 9 = 4y ;$

6.109 $\log (j + 5) = 2 ;$

6.126 $\log_2 (5 - a) + \log_2 (a^2 + 5a) = 3 \log_2 a + 2 ;$

6.127 $\log_3 (1 - q) - \log_3 (4 + q) = 2 ;$

6.128 $\log_\pi (3x - 1) - \log_\pi (3x + 1) = \log_\pi 11 ;$

6.129 $\ln (2 + s) = \ln (4 - s) - 1 ;$

6.130 $\log_{\sqrt{8}} (a^2 + 2a) = 2 ;$

6.131 $2 \log_5 (1 + z) - \log_5 (3 - z) = \log_5 (4 - 2z) ;$

6.132 $\frac{1}{2} \log (u - 3) + \log \frac{5}{2} = 1 - \log \sqrt{u + 3} ;$

6.133 $\log \log \alpha + \log (\log \alpha^2 - 1) = 0 ;$

6.134 $5(4^{\log_{0,5} q} - 1) = 4^{1+\log_{0,5} q} - 4^{\log_{0,5} q-1} ;$

6.110 $\log_2 (4 - 3p) = 6 ;$

6.111 $\log_2 (11e - 5m) = 1 ;$

6.112 $\log_5 (\sigma + 1) + \log_5 3 = \log_5 15 ;$

6.113 $\log_3 18 + \log_3 3 - \log_3 d = 3 ;$

6.114 $\log_\sigma \left(\frac{4\sigma + 5}{6 - 5\sigma} \right) = -1 ;$

6.115 $\log_8 f^2 + \log_8 f = 2 ;$

6.116 $\log_2 25 + \log_2 4 = 2^l ;$

6.117 $\log_\varphi 3 + \log_\varphi 27 = 2 ;$

6.118 $\log (100k) + \log (10k) = 7 ;$

6.119 $\log (100h) + \log (10h^2) = 9 ;$

6.120 $\log_3 (54x) - 2 \log_3 (2x) = 5 ;$

6.121 $\log (v + 1) + \log (19 - v) = 2 ;$

6.122 $\log (h + 5) = 2 - \log (20 - 2h) ;$

6.123 $\log_3 18 + \log_3 3 = 3 + \log_3 a ;$

6.124 $\log_6 n^4 = 1 - \log_6 2 ;$

6.125 $\log_{d+1} (d^2 + 4) = \log_{\sqrt{2}} 4 - \log_{\sqrt{3}} 3 ;$

- 6.135** $e^x + e^{2x} = e^{3x}$;
- 6.136** $\sqrt[4]{6} + \sqrt[4]{9} = \sqrt[4]{4}$;
- 6.137** $\log_{\frac{1}{7}} z + \frac{1}{\log_{\frac{1}{7}} z} = -2$;
- 6.138** $\log_4 \beta - \frac{1}{2} = \frac{3}{\log_4 \beta}$;
- 6.139** $\log a + \frac{2}{\log a} = 3$;
- 6.140** $16 = 3 \log_2 q + \frac{5}{\log_2 q}$;
- 6.141** $\frac{\log_4^2(8m)}{\log_4(128m)} = 1$;
- 6.142** $\frac{\log_3^2(9f)}{\log_3(81f)} = \frac{8}{3}$;
- 6.143** $2 \frac{\ln^2(7d)}{\ln(7 \cdot e \cdot d)} = 1$;
- 6.144** $\frac{\log n^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \log 5 - 1}{\frac{1}{4} \log(n-1)} = \log 0,01$;
- 6.145** $b^{\log b} = b$;
- 6.146** $\alpha^{\log_2 \alpha} = 64\alpha$;
- 6.147** $p^{\log_2 p^{-1}} = p$;
- 6.148** $t^{2 \log_5 t} = t$;
- 6.149** $\lambda^{\log_9 \lambda} = \sqrt{\lambda}$;
- 6.150** $w^{\log w} = 10$;
- 6.151** $r^{-\log_4 r+3} = r$;
- 6.152** $y^{\log y+5} = 10^{-6}$;
- 6.176** $\log_2 \sigma + \log_3 \sigma + \log_4 \sigma = \log_5 \sigma$;
- 6.177** $\log_{\sin b} \cotg b + \log_{\cos b} \tg b = 0$;
- 6.178** $\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 6 \cdot \dots \cdot \log_z(z+1) = 5$.
- 6.179** V množině kladných reálných čísel řešte rovnici: $(m^2)^m - 2m^m + 1 = 0$.
- 6.180** V množině reálných čísel řešte rovnici: $(\cos r)^{2r+2} = 1$.
- 6.181** V množině reálných čísel řešte rovnici: $e^{4t} - e^{3t} - 4e^{2t} - e^t + 1 = 0$. (Návod: Upravit tak, aby bylo možné substituovat.)
- 6.182** V množině \mathbb{R}^2 řešte soustavu rovnic: $b = 1 + \log_4 a$ a $a^b = 4^6$.
- 6.183** V množině \mathbb{R}^2 řešte soustavu rovnic: $s = 3 + \log_5 r$ a $r^s = 5^4$.
- 6.153** $x^{\log x+1} = 10x$;
- 6.154** $\varepsilon^{1+\log \varepsilon} = 10^4 \varepsilon$;
- 6.155** $625u^2 = u^{2+\log_5 u}$;
- 6.156** $d^{\log_2 d+4} = 16d$;
- 6.157** $y^{4-\log_6 y} = 36y$;
- 6.158** $a^{\log a} = \frac{10^{12}}{a^4}$;
- 6.159** $(b+1)^{\log_9(b+1)+1} = 9(b+1)$;
- 6.160** $(3\lambda-1)^{2 \log_5(3\lambda-1)} = 5(3\lambda-1)$;
- 6.161** $(10-2m)^{8-2 \log_2(10-2m)} = 8(10-2m)$;
- 6.162** $(4-3k)^{5-3 \log(4-3k)} = 10(4-3k)$;
- 6.163** $\alpha^{\alpha-\sqrt{\alpha}} = (\alpha \cdot \sqrt{\alpha})^\alpha$;
- 6.164** $\ln^u u = \ln^2 u$;
- 6.165** $r^2 - r^{\sqrt{r}} = 0$;
- 6.166** $t^{\sqrt{t}} = \sqrt{t^t}$;
- 6.167** $25^d + 10^d = 4^d$;
- 6.168** $9^\lambda + 15^\lambda = 25^\lambda$;
- 6.169** $6^w = 2^{2w+1} - 9^w$;
- 6.170** $2^u - 3^u = \sqrt{6^u - 9^u}$;
- 6.171** $\ln x = \sqrt{\ln(x^2 \cdot \sqrt[5]{x}) - 1}$;
- 6.172** $\log_4(2^\alpha + 48) = \alpha - 1$;
- 6.173** $\log_7 p + \log_8 p = 2$;
- 6.174** $\log_s 2 + \log_2 s = 2$;
- 6.175** $\log_u 4 + \log_2 u^2 = 5$;

6.184 Určete $\log_2 r$, jestliže $\sqrt{\log_2 \sqrt{\log_2 \sqrt{\log_2 \sqrt{r}}}} = 2$.

Bez počítání konkrétního logaritmu rozhodněte o pravdivosti daného výroku:

6.185 $\ln 3 < \ln 5$;

6.189 $\log_2 14 > \log_2 12$;

6.186 $\log_{0,5} 5 > \log_{0,5} 7$;

6.190 $\log_\pi 17 < \log_{3,14} 17$;

6.187 $\log_\pi e \geq \log_\pi 2,8$;

6.191 $\log_{\frac{\pi}{e}} 0,72 \geq 0$;

6.188 $\log 82 \leq \log 75$;

6.192 $\log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} 1,12 < 0$.

Určete, pro která reálná čísla platí daná nerovnost:

6.193 $\log_u 47 > \log_u 57$;

6.198 $\log_{\frac{x}{3e}} 15 > \log_{\frac{x}{3e}} 19$;

6.194 $\log_a 3 \leq \log_a 6$;

6.199 $\log_{\frac{v+2}{3-v}} 2 < \log_{\frac{v+2}{3-v}} \sqrt{2}$;

6.195 $\log_{k+5} \pi < \log_{k+5} e$

6.196 $\log_{2p} 25 \geq \log_{2p} 17$;

6.200 $\log_{\frac{3-2\alpha}{4+\alpha}} 9 > \log_{\frac{3-2\alpha}{4+\alpha}} 3$.

6.197 $\log_{\frac{\pi}{w}} 11 < \log_{\frac{\pi}{w}} 9$;

V množině reálných čísel řešte zadané nerovnice:

6.201 $\log x \leq 3$;

6.205 $\log_3 (2 - 5\alpha) \leq 4$;

6.202 $\ln u > 2$;

6.206 $4 \log_{0,5} (3v + 1) > 8$;

6.203 $\log_2 (a + 2) \geq 5$;

6.207 $6 \log_4 (9n - 5) \leq 3$;

6.204 $\log_5 (2p - 1) < -2$;

6.208 $\log_2 \frac{c^2 - 4c + 6}{c} < 0$;

6.209 $\log_{0,1} (k^2 + 1) < \log_{0,1} (2k - 1)$;

6.210 $\log_8 (q + 2) - \log_8 (q - 2) > \log_8 (2 + q)$;

6.211 $2 \log_{0,2} (m + 2) \leq \log_{0,2} (m - 4) + \log_{0,2} (2 + m)$;

6.212 $\ln(2y + 1) + \ln(5 - y) \geq \ln 5$;

6.213 $\log_{0,1} (2\vartheta - 1) + \log_{0,1} (6 - \vartheta) < \log_{0,1} (4 + \vartheta)$;

6.214 $\frac{1}{2^a + 7} > \frac{1}{2^{a+2} - 1}$;

6.215 $\log_b \sqrt{20 - b} > 1$;

6.216 $\frac{x - x^2}{x^2 + x - \log_{x+4} (x + 4)^2} \leq \log_{x+4} 1$.

Určete definiční obor dané funkce:

6.217 $f : y = \ln(x^2 + 5x - 6)$;

6.218 $g : y = -\log_{0,1}(x^2 - 5x + 6)$;

6.219 $h : y = -\log_\pi(x^2 - 3x + 6)$;

6.220
$$j: y = \frac{x+5}{\log_{12}\left(\frac{2-x}{3+x}\right)};$$

6.221
$$k: y = \sqrt{\log_2\left(\frac{2x}{x+4}\right)} - 3 - x + 2;$$

6.222
$$l: y = \frac{12-7x}{\sqrt{\log_{0,5}\left(\frac{2x+4}{6-x}\right)} + 2}.$$

6.223 Pro které hodnoty reálné proměnné x nabývá funkce $f: y = \log_2(x^2 - 7x + 11)$ kladných hodnot?

6.224 Pro které hodnoty reálné proměnné x nabývá funkce $g: y = \log_{0,75}(x^2 - 3x - 9)$ nekladných hodnot?

6.225 Pro které hodnoty reálné proměnné x nabývá funkce $h: y = \log_8(x^2 - 8x + 12)$ záporných hodnot?

6.226 Pro které hodnoty reálné proměnné x nabývá funkce $j: y = \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}}(x^2 - 4x - 11)$ nezáporných hodnot?

6.227 Pro které hodnoty reálné proměnné x nabývá funkce $m: y = \log_2(x^2 - 2x)$ funkčních hodnot z intervalu $(-1; 3)$?

6.228 Pro které hodnoty reálné proměnné x nabývá funkce $p: y = \log_{0,25}\left(\frac{x+4}{4-2x}\right)$ funkčních hodnot z intervalu $(-1; 1)$?

6.229 Pro které hodnoty reálné proměnné x nabývá funkce $s: y = \log_3\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$ funkčních hodnot z intervalu $(-3; 2)$?

6.230 Určete, pro jakou hodnotu reálného parametru σ je funkce $u: y = \log_{\frac{2-\sigma}{\sigma+1}} x$ rostoucí.

6.231 Určete, pro jakou hodnotu reálného parametru β je funkce $q: y = \log_{\beta^2+2\beta} x$ klesající.

6.232 Kondenzátor s kapacitou $470 \mu\text{F}$ se nabíjí přes ochranný rezistor o odporu 500Ω . Za jak dlouho se nabije na polovinu svého maximálního napětí?
Návod: úloha 4.16

6.233 Z 250 gramů ${}^{210}_{84}\text{Po}$ se za dobu 200 dní rozpadne 158 gramů. Jaký je poločas rozpadu tohoto izotopu?

6.234 Běžný kancelářský papír má tloušťku $0,1$ mm. Když jej přeložíme na polovinu, bude mít přeložený list tloušťku $0,2$ mm. Kolikrát musíme papír přeložit, aby jeho tloušťka alespoň dosáhla z povrchu Země k povrchu Měsíce? Nejdříve s pokuste počet skladů odhadnout, pak jej vypočítejte. Diskutujte reálnost úlohy.

Řešení

1. Nepřímá úměrnost

1.1 $f : y = \frac{4}{x}$;

1.2 $f : y = -\frac{1}{2x}$;

1.3 viz obr. 3; $D = H = \mathbb{R} \setminus \{0\}$;

1.4 $f : y = \frac{2}{x}$;

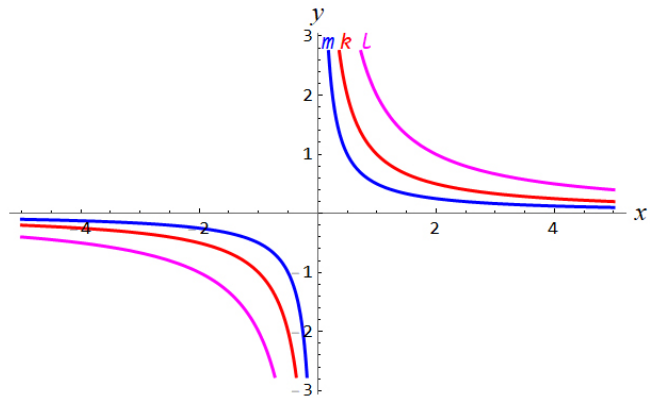
1.5 $g : y = -\frac{3}{x}$;

1.6 $x_w = \frac{2}{7}$;

1.7 a) ano, b) ne;

1.8 viz obr. 4;

1.9 50 dní; 300 dní; 400 dní;

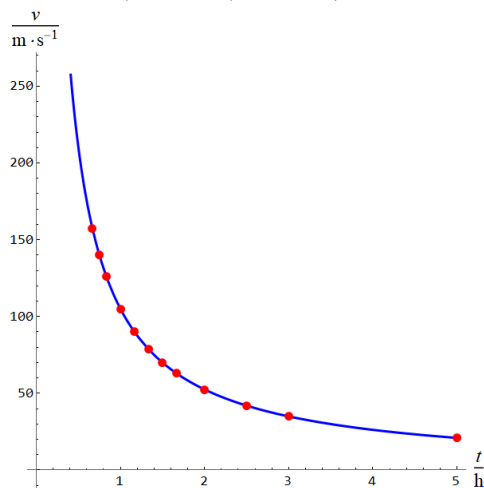


obr. 3

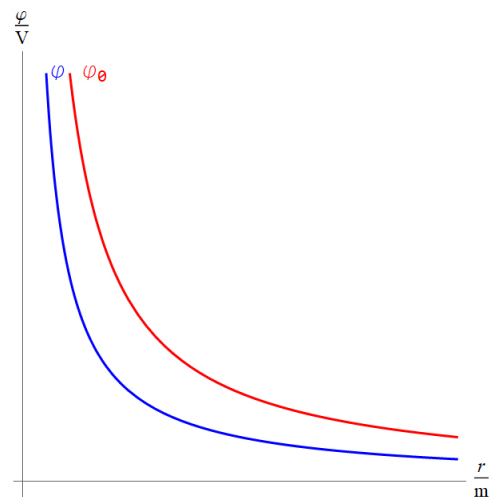
1.10 viz obr. 5;

1.11 viz obr. 6;

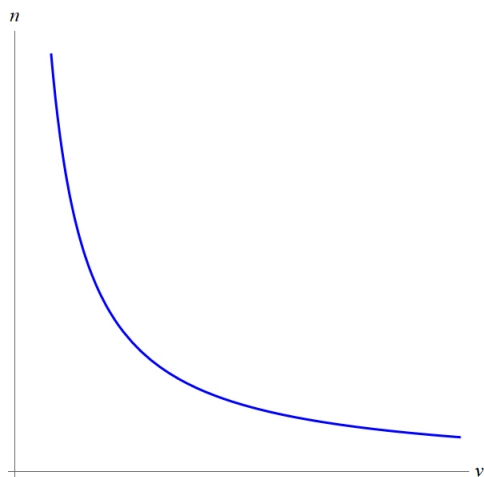
1.12 viz obr. 7.



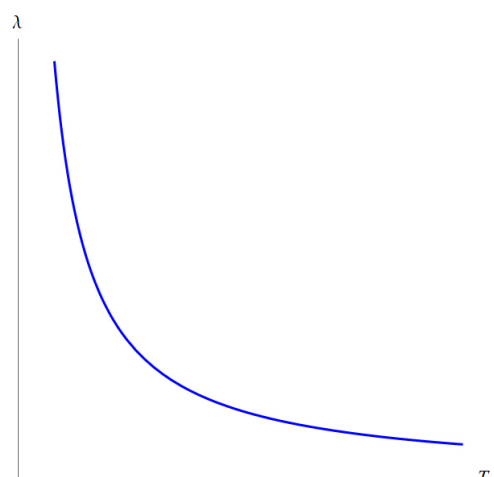
obr. 4



obr. 5



obr. 6



obr. 7

2. Lineárně lomená funkce

2.1 viz obr. 8; $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$; $H = \mathbb{R} \setminus \{2\}$;

2.2 viz obr. 9; $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$; $H = \mathbb{R} \setminus \{2\}$;

2.3 viz obr. 10; $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$; $H = \mathbb{R} \setminus \{1\}$;

2.4 viz obr. 11; $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$; $H = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$;

2.5 viz obr. 12; $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$; $H = \mathbb{R} \setminus \{1\}$;

2.6 viz obr. 13; $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$; $H = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{3}{2}\right\}$;

2.7 viz obr. 14; $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$; $H = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{3}\right\}$;

2.8 viz obr. 15; $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $H = \mathbb{R} \setminus \{2\}$;

2.9 viz obr. 16; $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$; $H = \mathbb{R}_0^+$;

2.10 viz obr. 17; $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$; $H = \mathbb{R}_0^-$;

2.11 viz obr. 18; $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$;
 $H = \mathbb{R} \setminus (-3; -1)$;

2.12 viz obr. 19; $D = \mathbb{R}$; $H = (-1; 1)$;

2.13 viz obr. 20; $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right\}$;

$H = \mathbb{R} \setminus \left(-\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right)$;

2.14 viz obr. 21; $D = \mathbb{R}$; $H = (-2; 2)$;

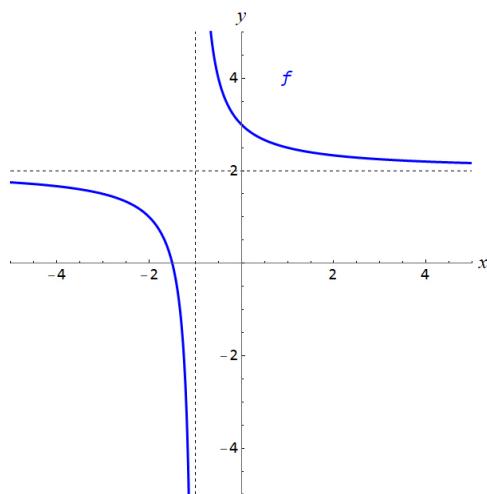
2.15 viz obr. 22; $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$; $H = \mathbb{R}$;

2.16 viz obr. 23; $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$;

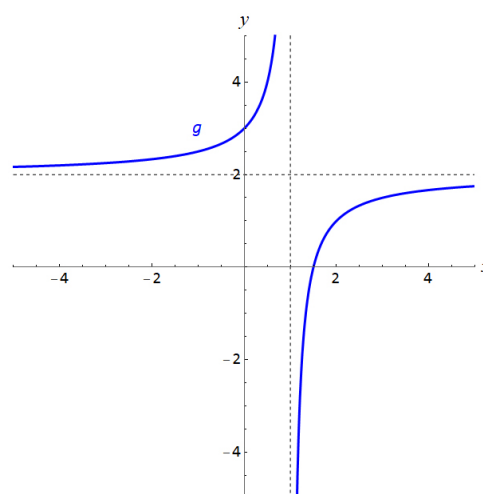
$H = \mathbb{R} \setminus \left(1; \frac{3}{2}\right)$;

2.17 viz obr. 24; $D = \mathbb{R}$; $H = \left(0; \frac{3}{2}\right)$;

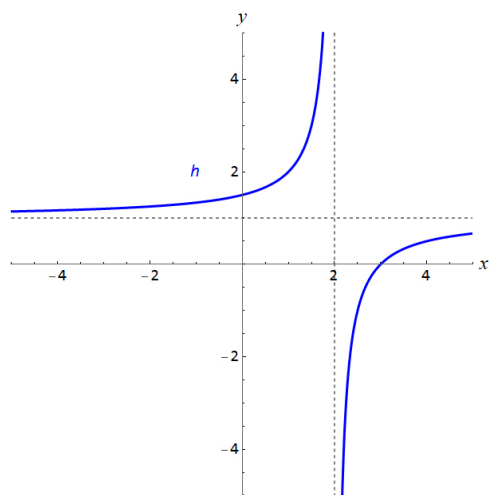
2.18 viz obr. 25; $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$; $H = \mathbb{R}$;



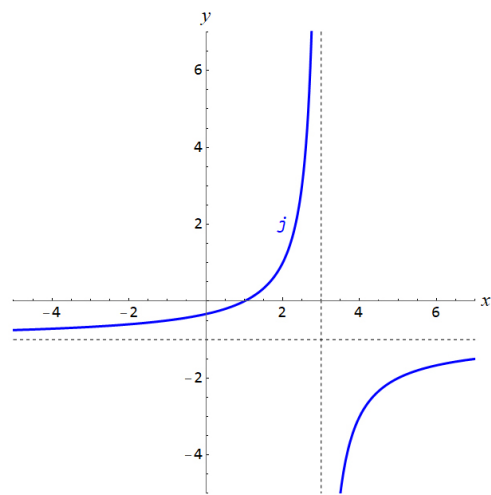
obr. 8



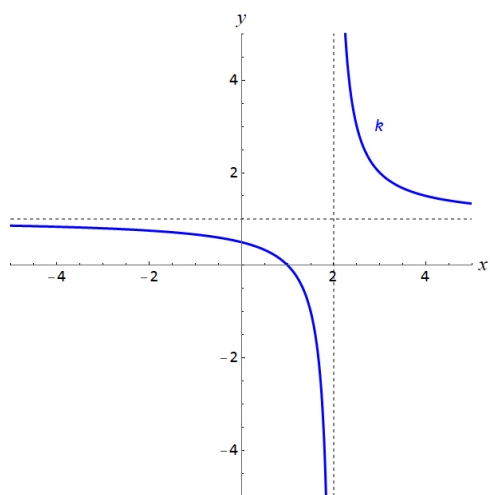
obr. 9



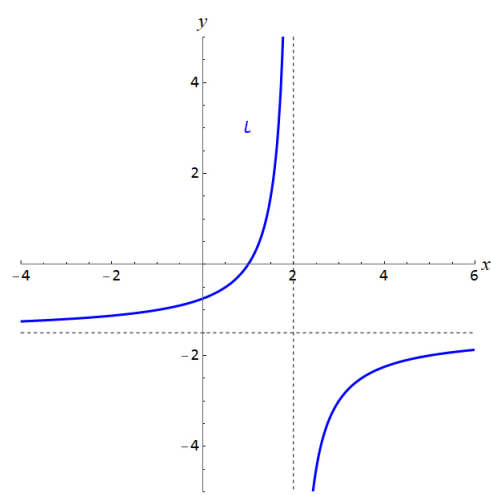
obr. 10



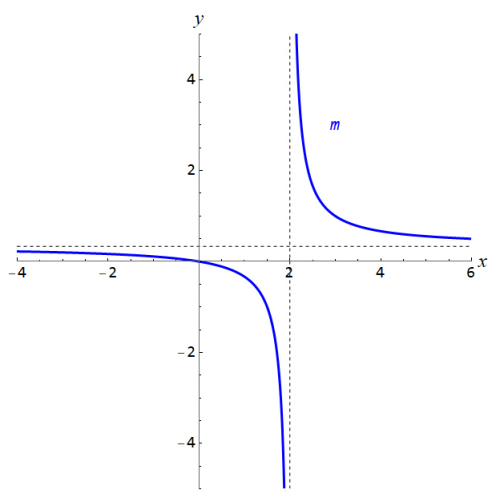
obr. 11



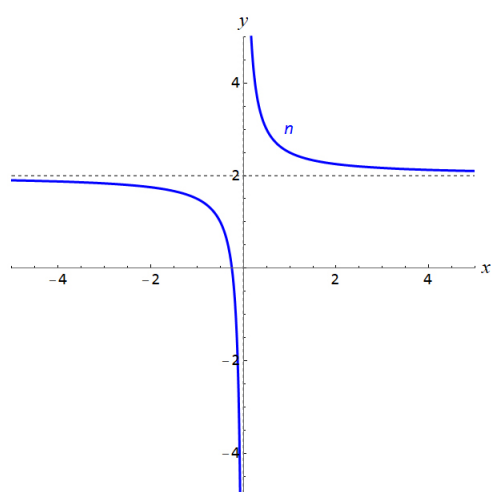
obr. 12



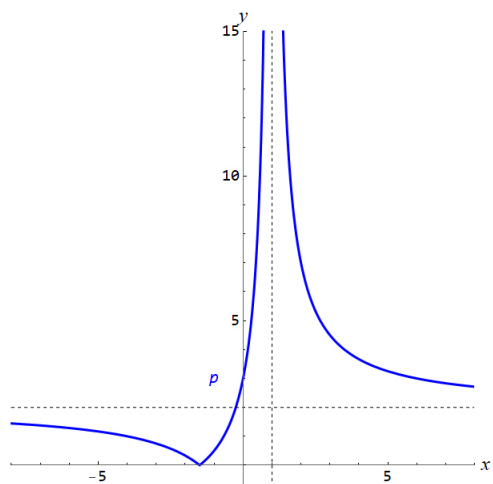
obr. 13



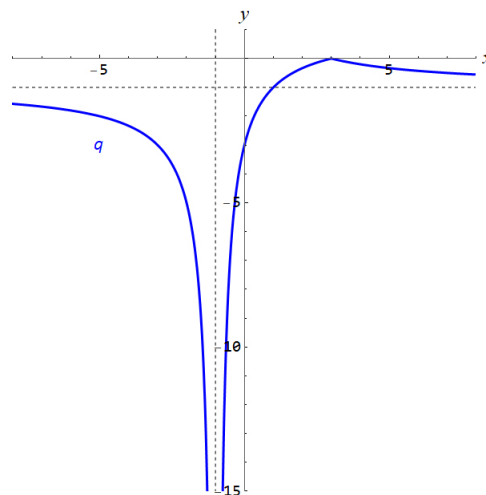
obr. 14



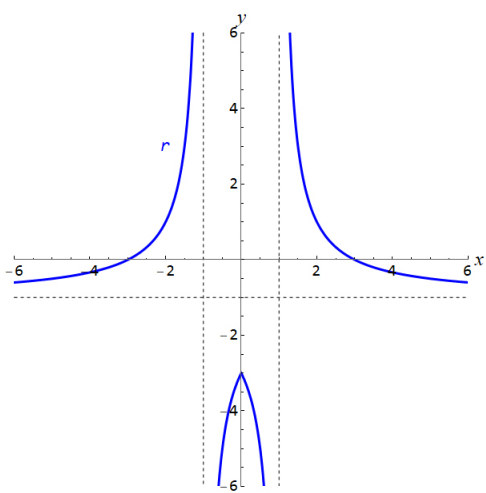
obr. 15



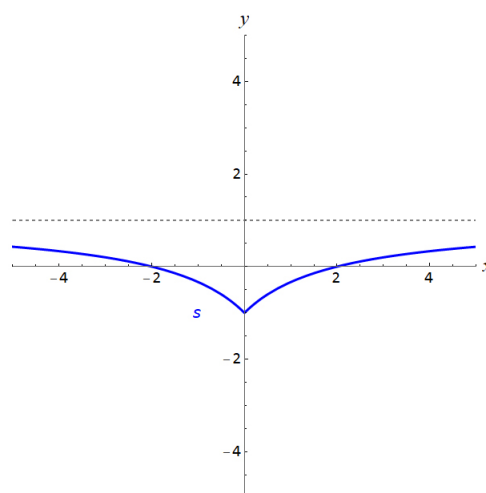
obr. 16



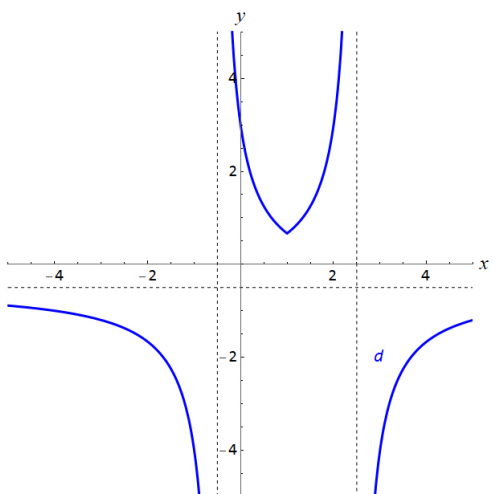
obr. 17



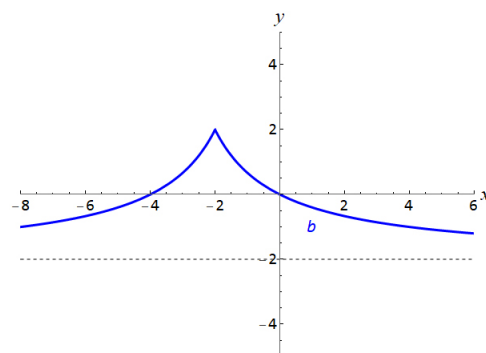
obr. 18



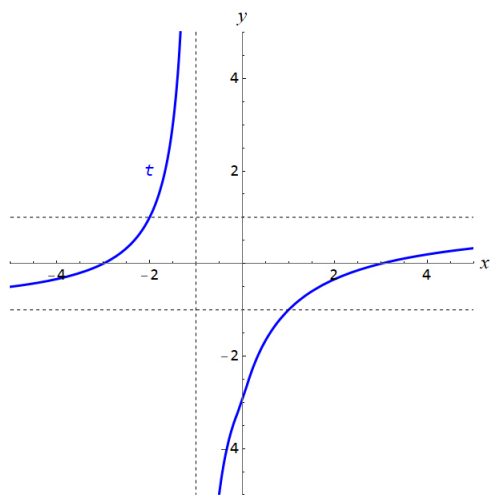
obr. 19



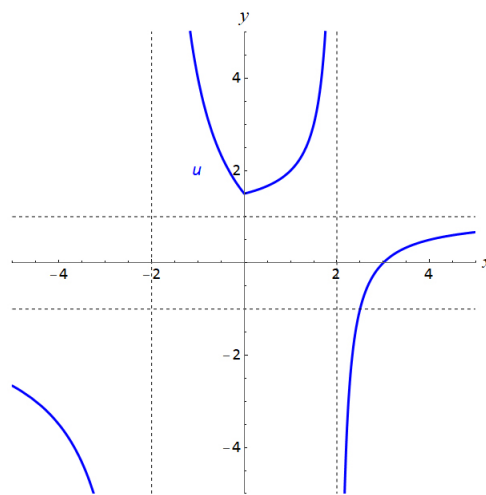
obr. 20



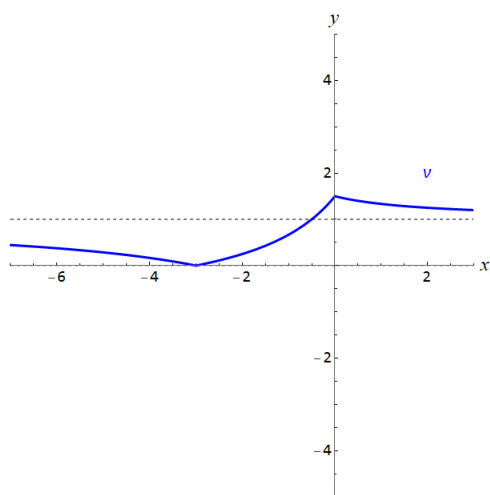
obr. 21



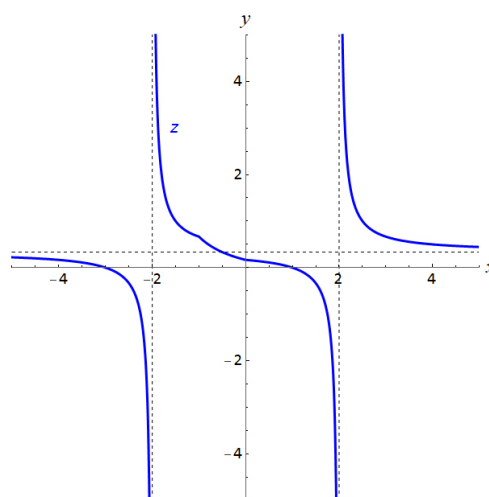
obr. 22



obr. 23



obr. 24



obr. 25

2.19 $x \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (3; \infty)$;

2.20 $x \in (-\infty; 2) \cup (4; \infty)$;

2.21 $x \in \mathbb{R} \setminus \left(\frac{1}{4}; \frac{2}{3}\right)$;

2.22 $x \in \mathbb{R} \setminus \langle -2; 4 \rangle$;

2.23 $x \in \mathbb{R} \setminus \langle 2; 6 \rangle$;

2.24 $x \in \mathbb{R} \setminus \left(\frac{3}{7}; 5\right)$;

2.25 $x \in \mathbb{R} \setminus \left\langle 1; \frac{13}{7} \right\rangle$;

3. Mocninná funkce

3.1 viz obr. 26; $D = H = \mathbb{R}$;

3.2 viz obr. 27; $D = H = \mathbb{R} \setminus \{0\}$;

3.3 viz obr. 28; $D = \mathbb{R}$; $H = \mathbb{R}_0^+$

3.4 viz obr. 29; $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $H = \mathbb{R}^+$;

3.5 viz obr. 30; $D = H = \mathbb{R}_0^+$;

3.6 viz obr. 31; $D = H = \mathbb{R}$;

3.7 viz obr. 32; $D = H = \mathbb{R}$;

3.11 viz obr. 36; $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$; $H = \mathbb{R} \setminus \{2\}$;

3.12 viz obr. 37; $D = \langle -2; \infty \rangle$; $H = \langle -1; \infty \rangle$;

3.13 viz obr. 38; $D = (-\infty; 3)$; $H = \langle 1; \infty \rangle$;

3.14 viz obr. 39; $D = \mathbb{R}$; $H = \langle -3; \infty \rangle$;

3.15 viz obr. 40; $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$; $H = \mathbb{R}_0^+$;

3.16 viz obr. 41; $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$; $H = \mathbb{R}_0^+$;

3.8 viz obr. 33; $D = \mathbb{R}$; $H = \langle -3; \infty \rangle$;

3.9 viz obr. 34; $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$; $H = (-\infty; 3)$;

3.10 viz obr. 35; $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$; $H = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$;

3.19 viz obr. 44; $P = \{x_1\}$;

3.20 viz obr. 45; $P = \{x_1; x_2\}$;

3.21 viz obr. 46; $P = \{x_1; x_2\}$;

3.22 viz obr. 47; $P = \emptyset$;

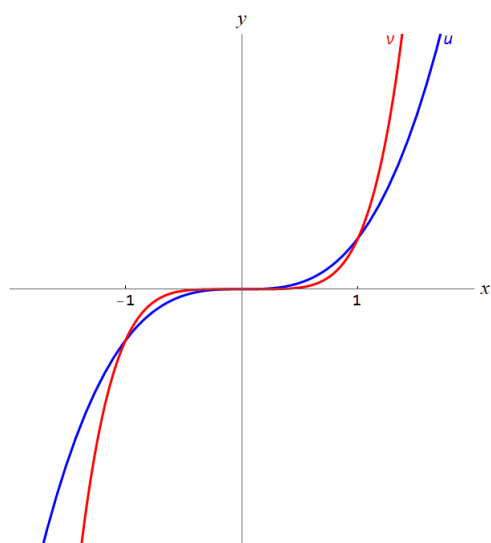
3.17 viz obr. 42; $D = \mathbb{R}$; $H = \langle \sqrt{2} - 3; \infty \rangle$;

3.18 viz obr. 43; $D = \mathbb{R} \setminus (-1; 1)$; $H = (-\infty; 2)$;

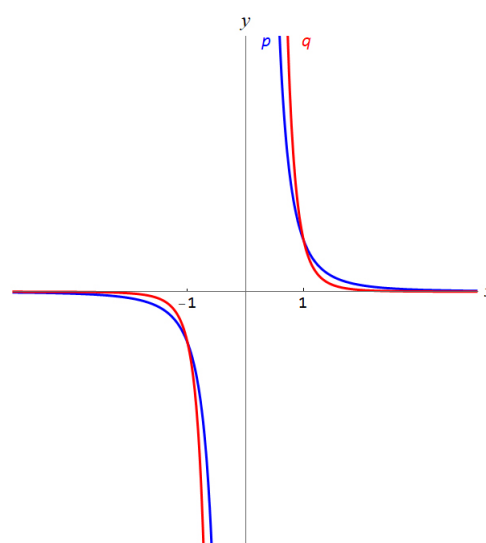
3.23 viz obr. 44; $P = (x_1; \infty)$;

3.24 viz obr. 48; $P = \langle x_1; x_2 \rangle \cup \langle x_3; \infty \rangle$;

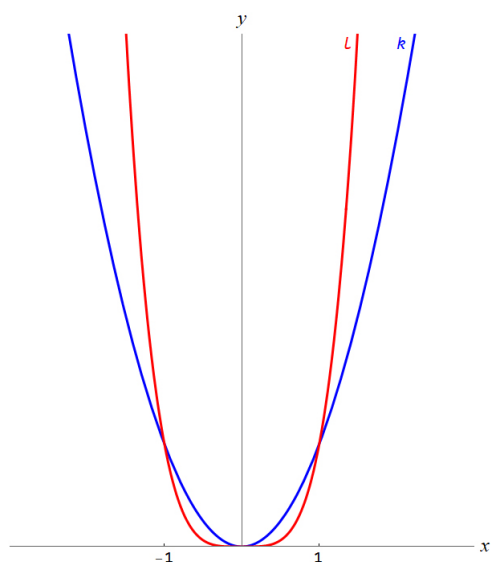
3.25 viz obr. 49; $P = (x_2; x_1)$;



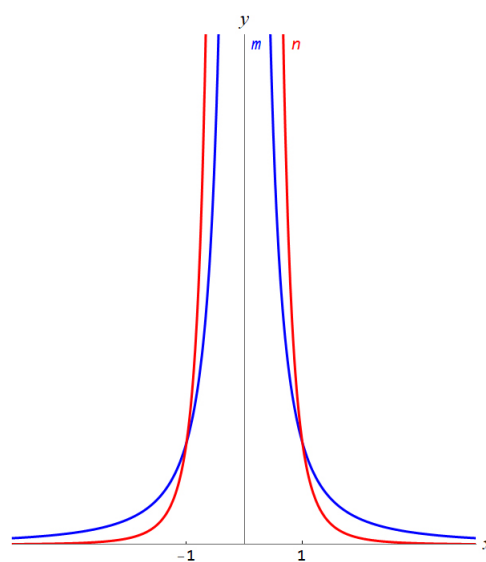
obr. 26



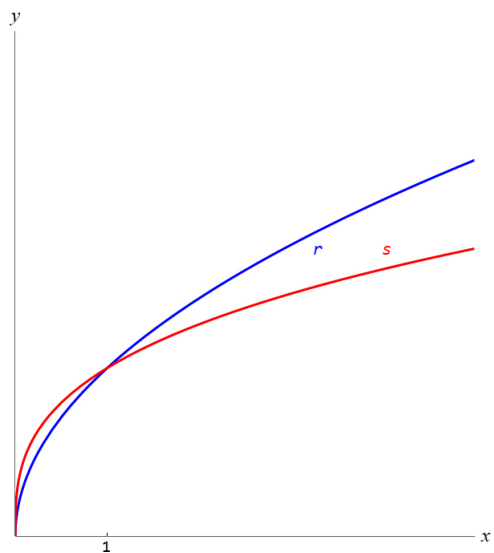
obr. 27



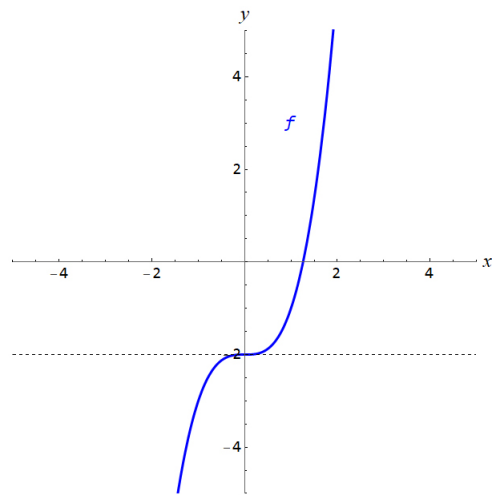
obr. 28



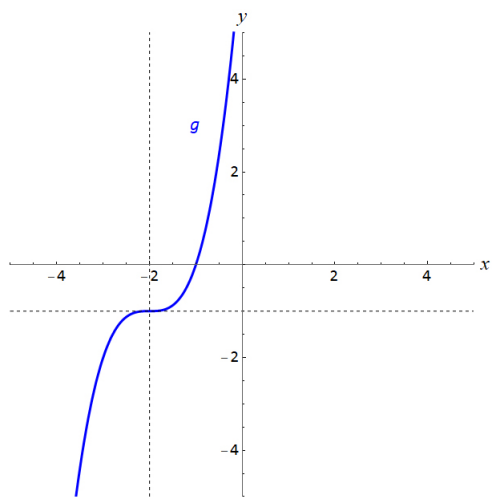
obr. 29



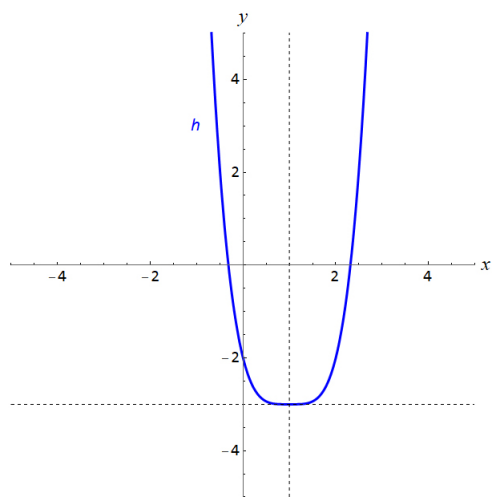
obr. 30



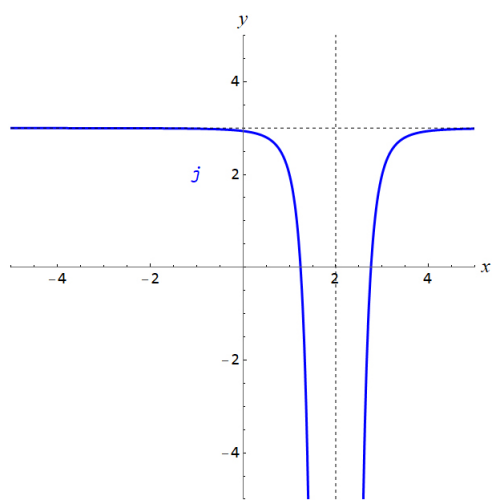
obr. 31



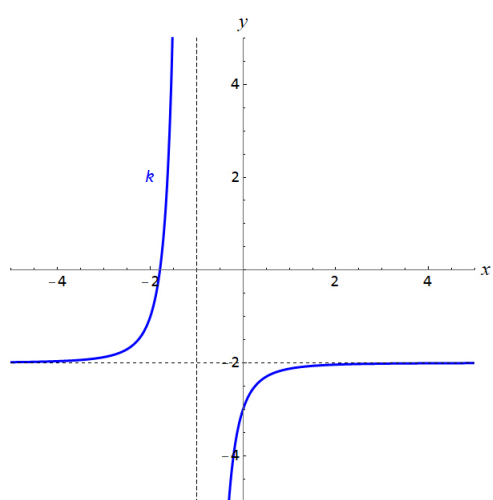
obr. 32



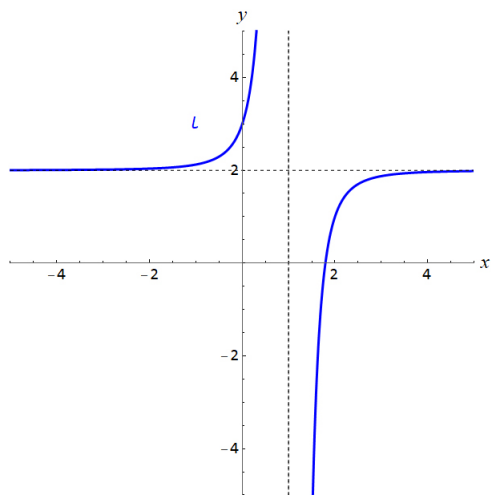
obr. 33



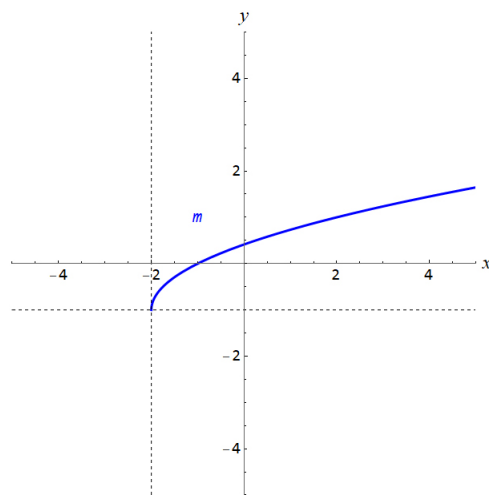
obr. 34



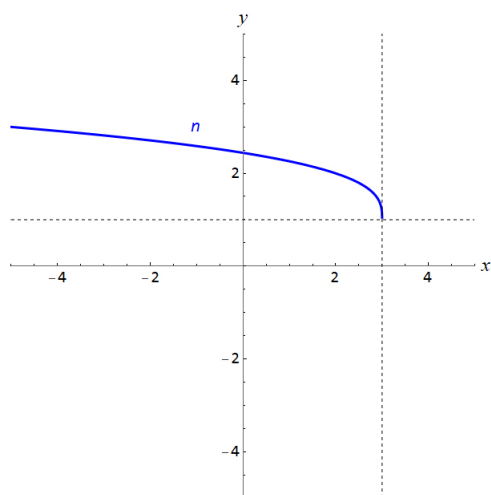
obr. 35



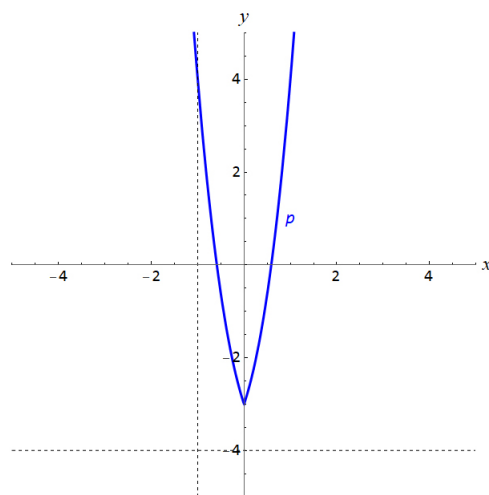
obr. 36



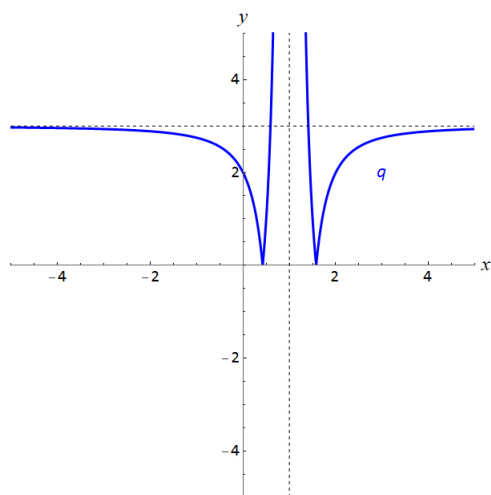
obr. 37



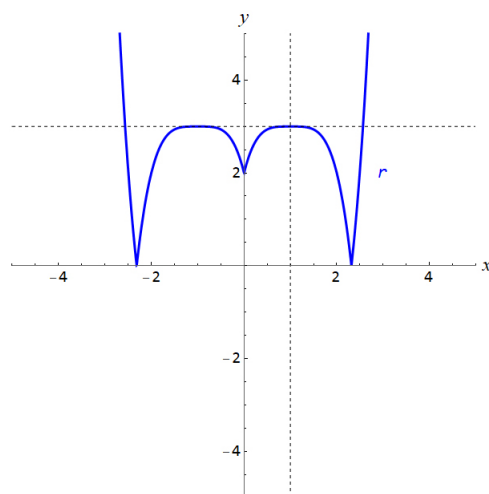
obr. 38



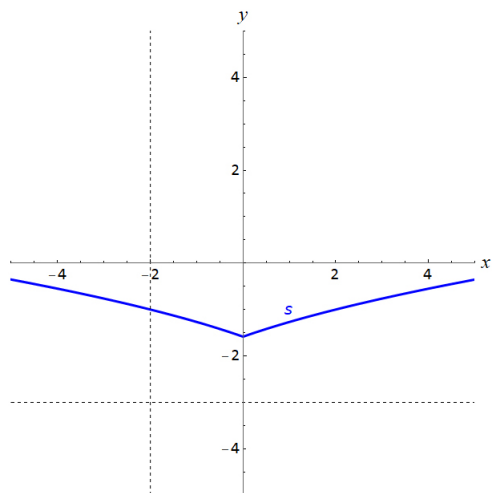
obr. 39



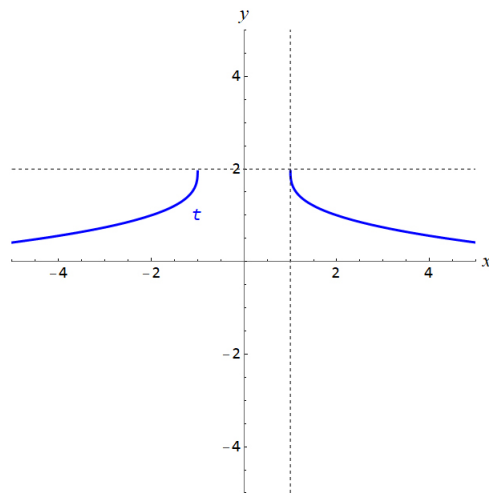
obr. 40



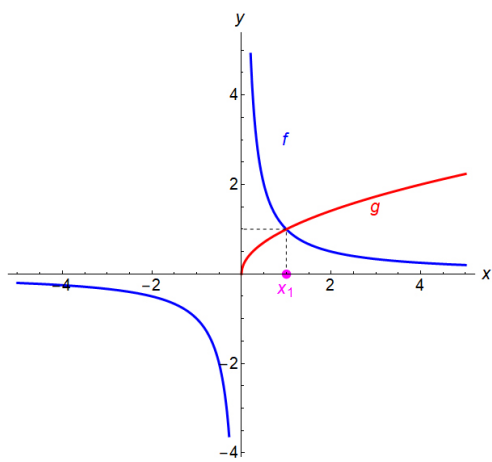
obr. 41



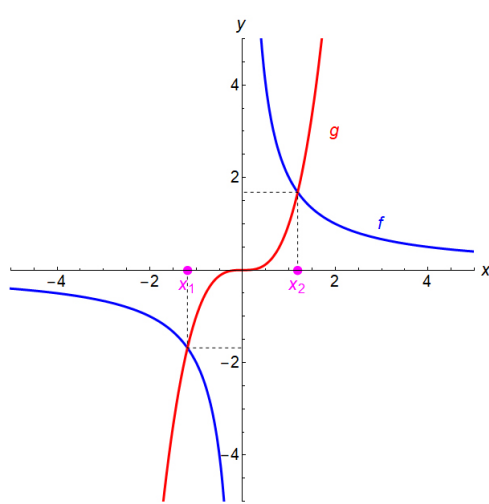
obr. 42



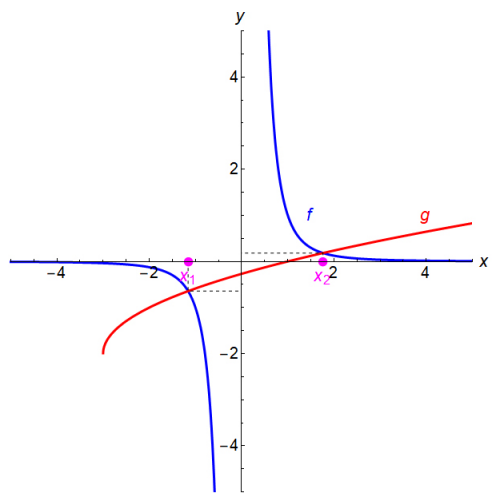
obr. 43



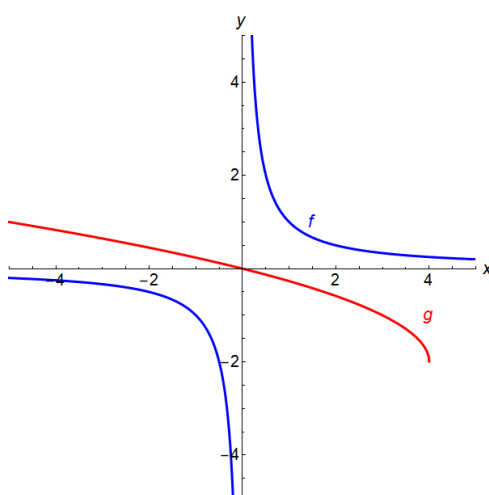
obr. 44



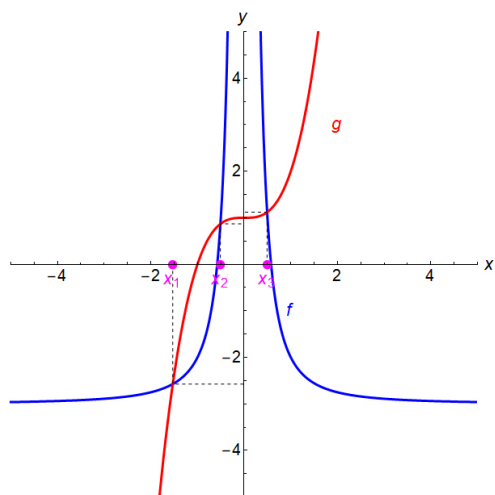
obr. 45



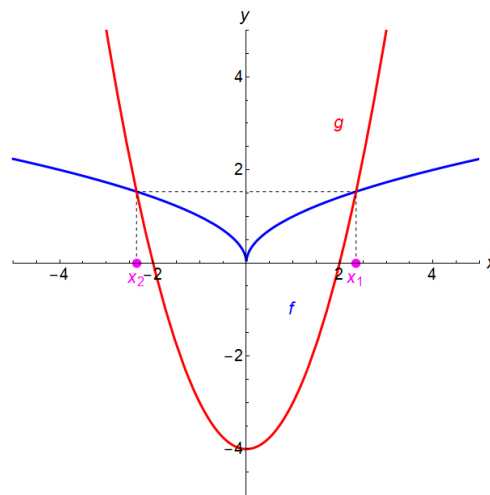
obr. 46



obr. 47



obr. 48



obr. 49

3.26 $a = \sqrt{S}$ viz obr. 50;

3.27 $a = \sqrt[3]{V}$ viz obr. 51;

3.28 $F_g = \kappa \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ viz obr. 52;

3.29 $T = T_Z \cdot \sqrt{\left(\frac{a}{a_Z}\right)^3}$ viz obr. 53;

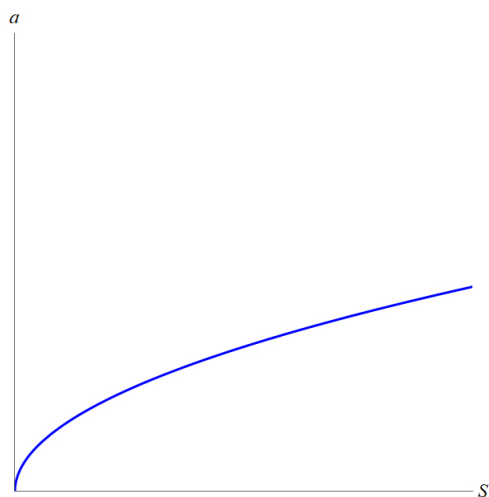
3.30 $a = a_Z \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{T}{T_Z}\right)^2}$ viz obr. 54;

3.31 $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$ a) viz obr. 55; b) viz obr. 56;

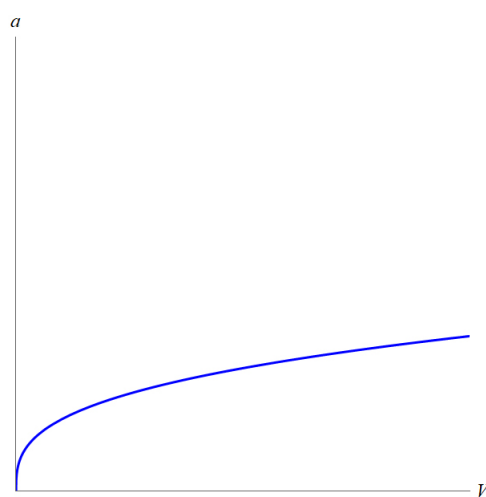
3.32 $l = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \cdot g$ viz obr. 57;

3.33 $n = \frac{t}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{l}}$ viz obr. 58;

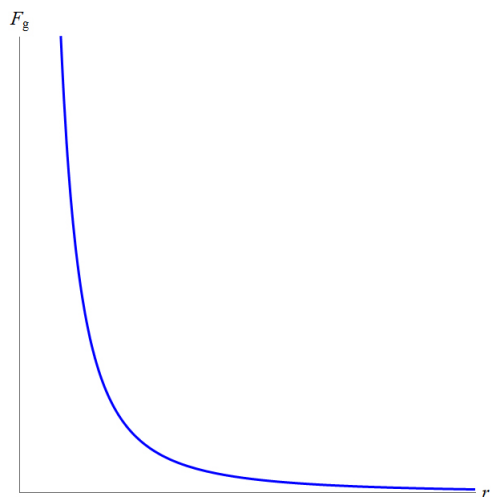
3.34 $B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{M}{r^3}$ viz obr. 59.



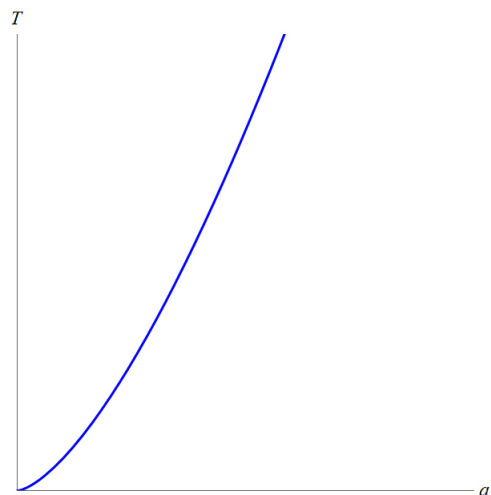
obr. 50



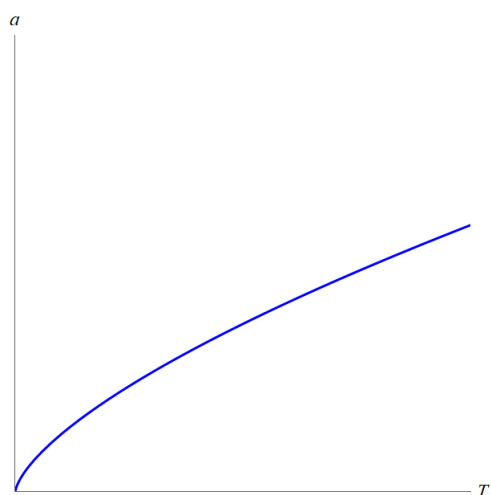
obr. 51



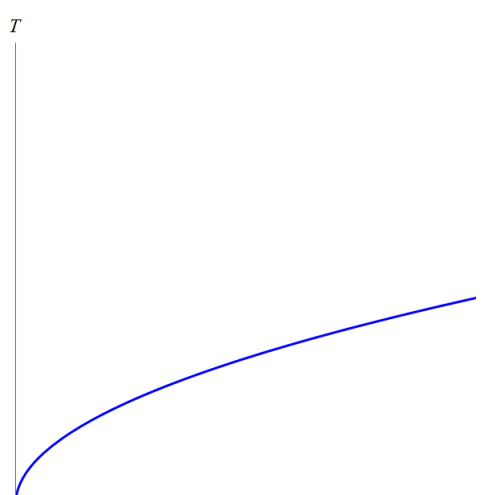
obr. 52



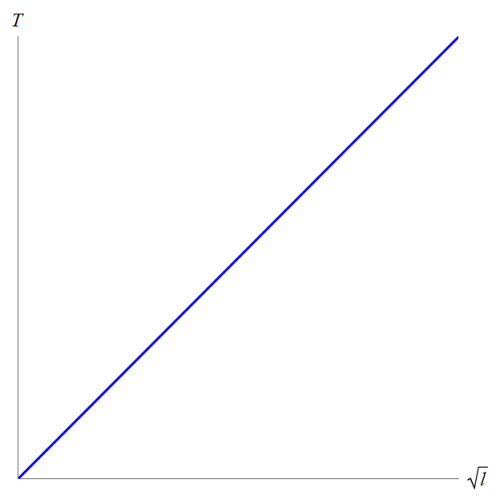
obr. 53



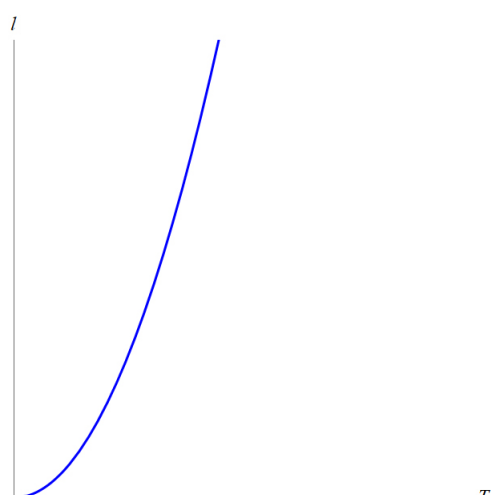
obr. 54



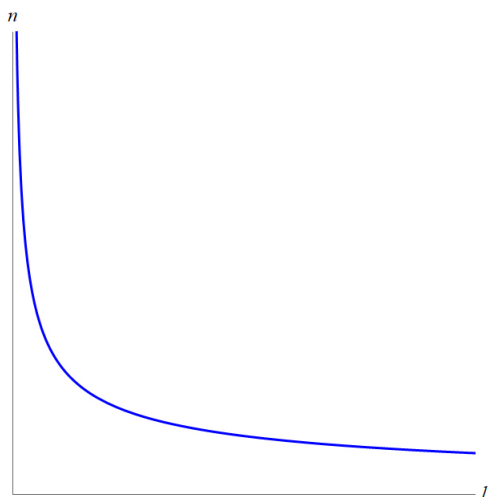
obr. 55



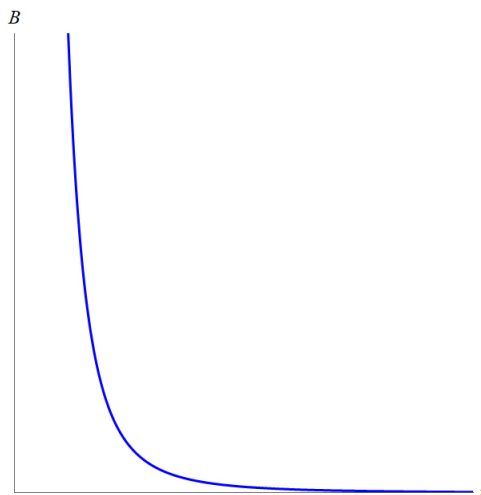
obr. 56



obr. 57



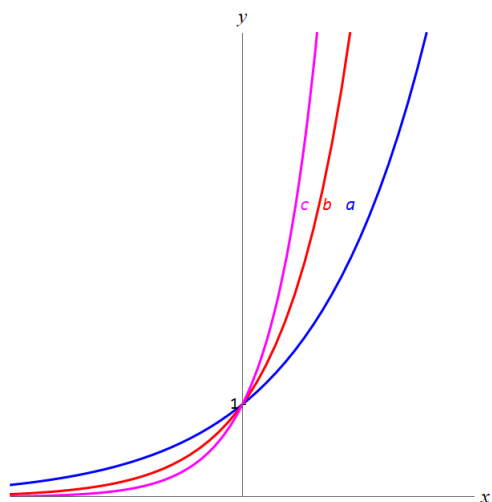
obr. 58



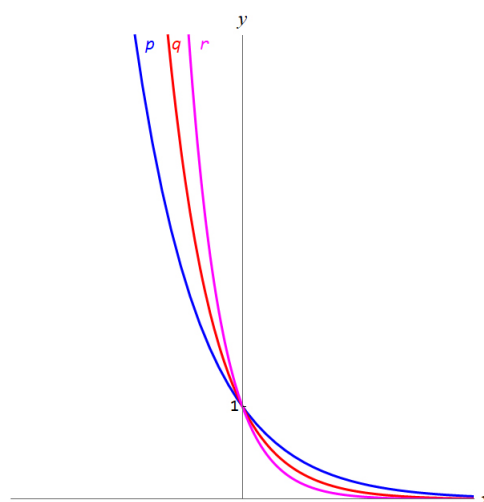
obr. 59

4. Exponenciální funkce, rovnice

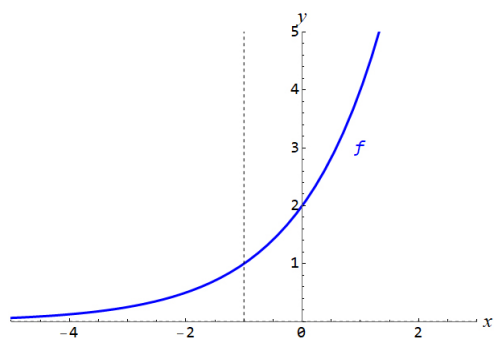
- | | | | |
|-----|---|------|---|
| 4.1 | viz obr. 60; $D = \mathbb{R}$; $H = \mathbb{R}^+$; | 4.10 | viz obr. 69; $D = \mathbb{R}$; $H = \left\langle -\frac{3}{4}; \infty \right\rangle$; |
| 4.2 | viz obr. 61; $D = \mathbb{R}$; $H = \mathbb{R}^+$; | 4.11 | viz obr. 70; $D = \mathbb{R}$; $H = \langle 0; \infty \rangle$; |
| 4.3 | viz obr. 62; $D = \mathbb{R}$; $H = \mathbb{R}^+$; | 4.12 | viz obr. 71; $D = \mathbb{R}$; $H = (-\infty; 0)$; |
| 4.4 | viz obr. 63; $D = \mathbb{R}$; $H = (-2; \infty)$; | 4.13 | viz obr. 72; $D = \mathbb{R}$; $H = \langle 0; \infty \rangle$; |
| 4.5 | viz obr. 64; $D = \mathbb{R}$; $H = (-\infty; 3)$; | 4.14 | viz obr. 73; $D = \mathbb{R}$; $H = (-\infty; 0)$; |
| 4.6 | viz obr. 65; $D = \mathbb{R}$; $H = (-3; \infty)$; | 4.15 | viz obr. 74; |
| 4.7 | viz obr. 66; $D = \mathbb{R}$; $H = (-\infty; -1)$; | 4.16 | viz obr. 75; |
| 4.8 | viz obr. 67; $D = \mathbb{R}$; $H = \langle e - 2; \infty \rangle$; | 4.17 | viz obr. 76; |
| 4.9 | viz obr. 68; $D = \mathbb{R}$; $H = \langle 2; \infty \rangle$; | 4.18 | viz obr. 77; |



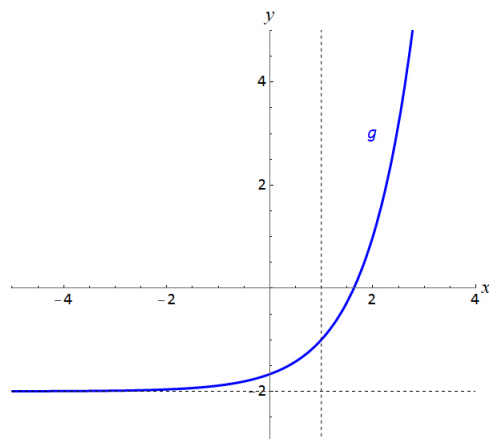
obr. 60



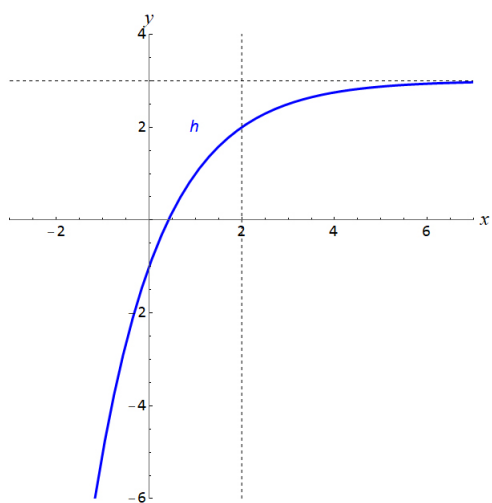
obr. 61



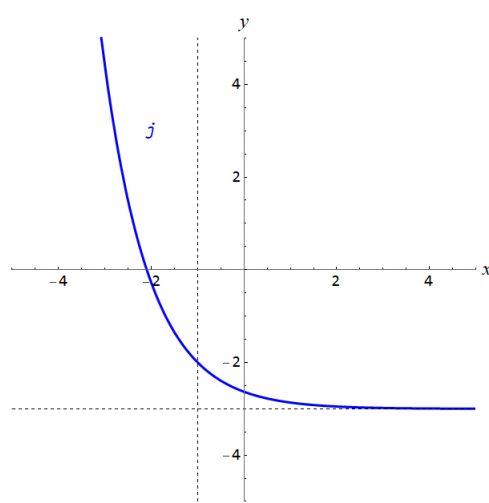
obr. 62



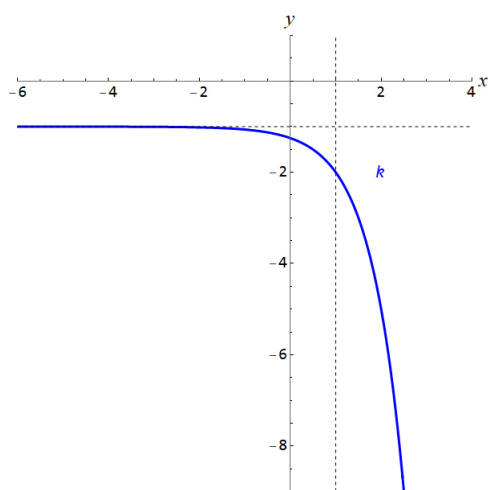
obr. 63



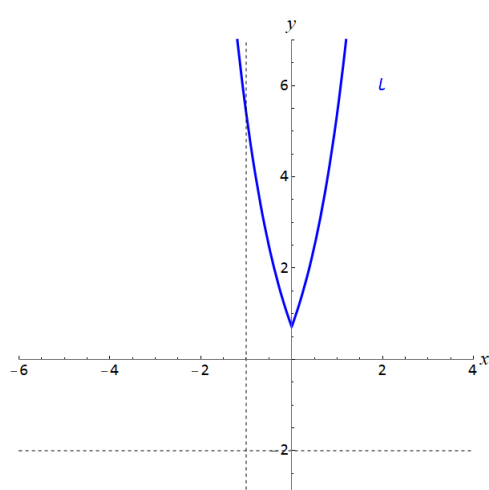
obr. 64



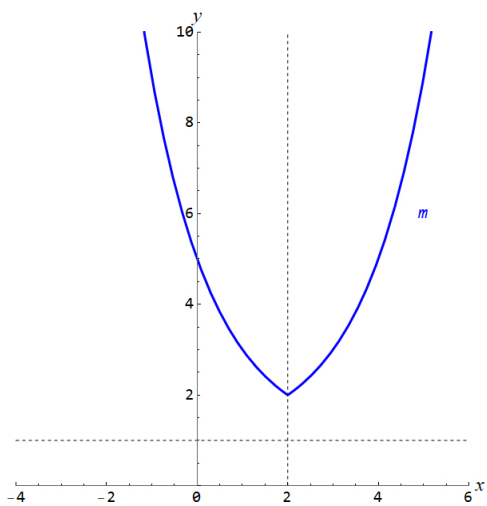
obr. 65



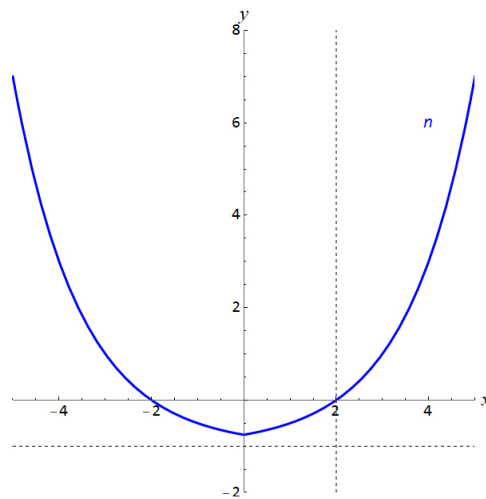
obr. 66



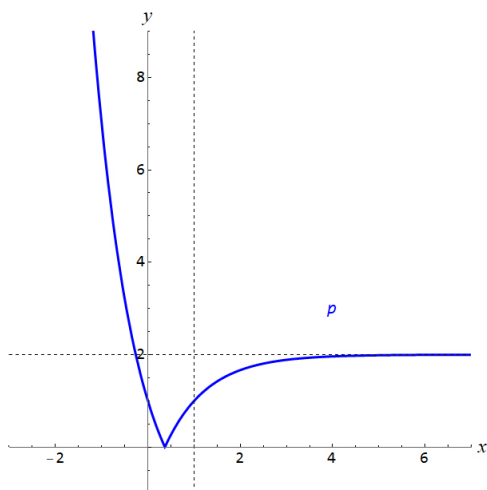
obr. 67



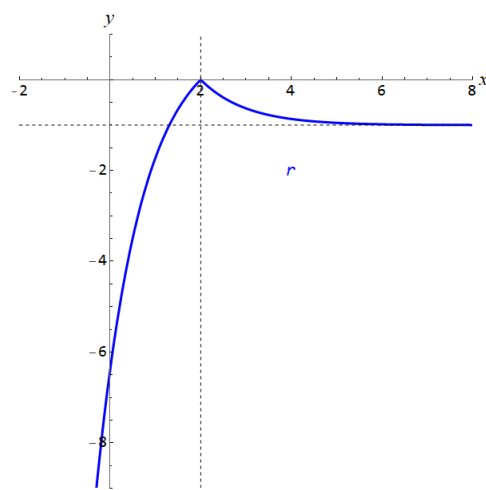
obr. 68



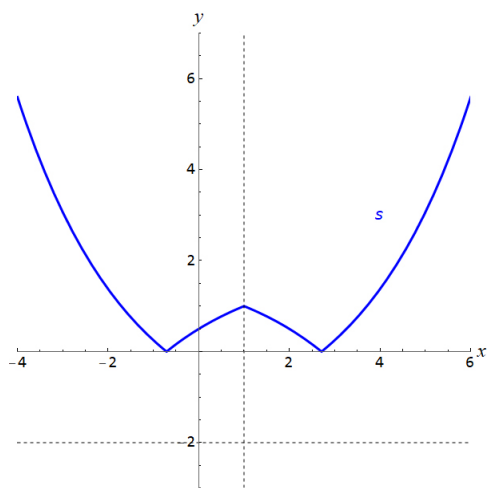
obr. 69



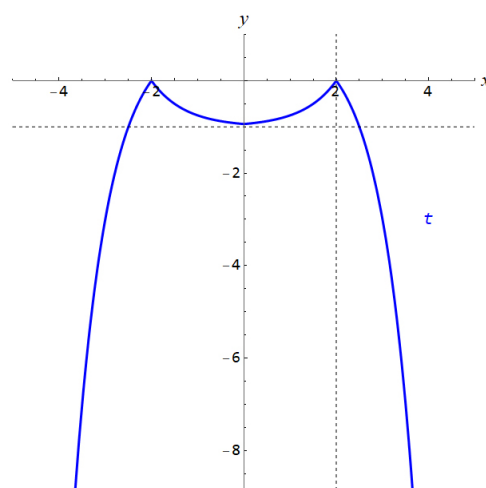
obr. 70



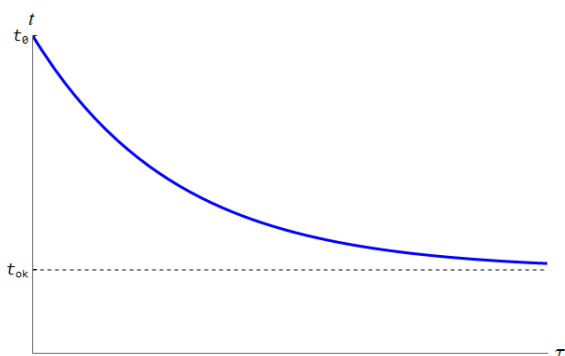
obr. 71



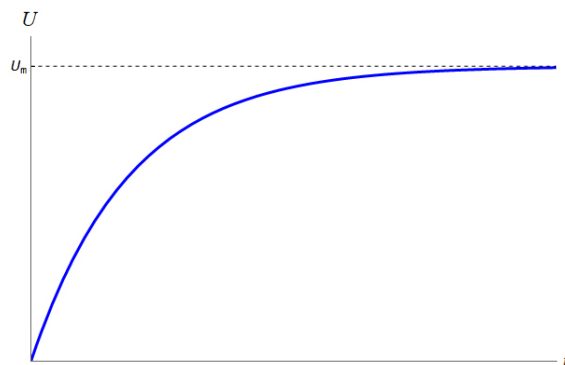
obr. 72



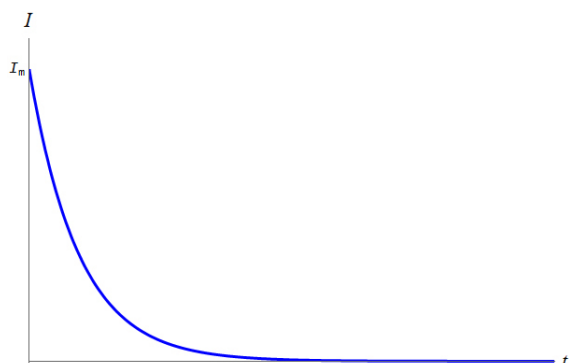
obr. 73



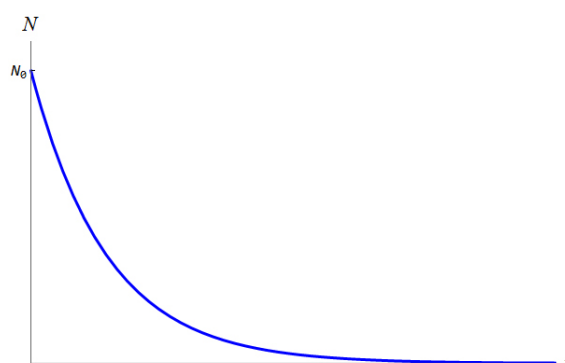
obr. 74



obr. 75



obr. 76



obr. 77

4.19 $P = \{2\}$;

4.20 $P = \{2\}$;

4.21 $P = \{8\}$;

4.22 $P = \{5\}$;

4.23 $P = \{0; 1\}$;

4.24 $P = \{-2\}$;

4.25 $P = \left\{ \frac{6}{7} \right\}$;

4.26 $P = \{2\}$;

4.27 $P = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$;

4.28 $P = \left\{ \frac{4}{15} \right\}$;

4.29 $P = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$;

4.30 $P = \{17\}$;

4.31 $P = \left\{ \frac{10}{11} \right\}$;

4.32 $P = \left\{ \frac{1}{10} \right\}$;

4.77 $P = \{2\}$;

4.78 $P = \left\{ \frac{7}{2} \right\}$;

4.79 $P = \{-1\}$;

4.80 $P = \left\{ \frac{7}{2} \right\}$;

4.81 $P = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$;

4.82 $P = \left\{ \frac{2}{3} \right\}$;

4.83 $P = \{3\}$;

4.84 $P = \{5\}$;

4.85 $P = \{2023\}$;

4.86 $P = \{4\}$;

4.87 $P = \{-2\}$;

4.88 $P = \{3\}$;

4.89 $P = \{2\}$;

4.90 $P = \{7\}$;

4.91 $P = \{\sqrt{2}\}$;

- 4.33 $P = \left\{ \frac{5}{2} \right\};$
- 4.34 $P = \left\{ \frac{4}{3} \right\};$
- 4.35 $P = \left\{ \frac{3}{2} \right\};$
- 4.36 $P = \{-3\};$
- 4.37 $P = \{11\};$
- 4.38 $P = \{1\};$
- 4.39 $P = \left\{ -\frac{1}{2} \right\};$
- 4.40 $P = \left\{ \frac{3}{4} \right\};$
- 4.41 $P = \left\{ \frac{3}{2} \right\};$
- 4.42 $P = \{9\};$
- 4.43 $P = \{-1\};$
- 4.44 $P = \{64\};$
- 4.45 $P = \left\{ \frac{1}{2} \right\};$
- 4.46 $P = \{41\};$
- 4.47 $P = \{13\};$
- 4.48 $P = \{8\};$
- 4.49 $P = \{3\};$
- 4.50 $P = \left\{ \frac{1}{9} \right\};$
- 4.51 $P = \left\{ \frac{1}{2} \right\};$
- 4.52 $P = \{4\};$
- 4.53 $P = \{2^{12}\};$
- 4.54 $P = \{4\};$
- 4.55 $P = \{3\};$
- 4.56 $P = \{2\};$
- 4.57 $P = \{14\};$
- 4.58 $P = \{-1\};$
- 4.92 $P = \{256\};$
- 4.93 $P = \left\{ -\frac{3}{2}; \frac{1}{2} \right\};$
- 4.94 $P = \{-2; 2\};$
- 4.95 $P = \{-2; -1; 5\};$
- 4.96 $P = \{0; 3\};$
- 4.97 $P = \left\{ \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \right\};$
- 4.98 $P = \{-3; 1\};$
- 4.99 $P = \{-6; -2\};$
- 4.100 $P = \{\pm\sqrt{2}\};$
- 4.101 $P = \left\{ -1; \frac{3}{2} \right\};$
- 4.102 $P = \{1; 2\};$
- 4.103 $P = \{1\};$
- 4.104 $P = \left\{ \frac{1}{2} \right\};$
- 4.105 $P = \{1; 2\};$
- 4.106 $P = \{1; 2\};$
- 4.107 $P = \left\{ \frac{5}{6} \right\};$
- 4.108 $P = \left\{ -\frac{1}{2} \right\};$
- 4.109 $P = \left\{ \frac{4}{5} \right\};$
- 4.110 $P = \{2\};$
- 4.111 $P = \{1; 3\};$
- 4.112 $P = \{3; 4\};$
- 4.113 $P = \{1; 2\};$
- 4.114 $P = \{0\};$
- 4.115 $P = \{-3; 2\};$
- 4.116 $P = \{-2; 2\};$
- 4.117 $P = \{0\};$
- 4.118 $P = \{-1; 3\};$
- 4.119 $P = \{-3\};$

- 4.59 $P = \left\{ \frac{1}{3} \right\};$
- 4.60 $P = \{-2\};$
- 4.61 $P = \{-3\};$
- 4.62 $P = \{0\};$
- 4.63 $P = \left\{ \frac{1}{4} \right\};$
- 4.64 $P = \{3\};$
- 4.65 $P = \{-4\};$
- 4.66 $P = \{6\};$
- 4.67 $P = \left\{ \frac{1}{21} \right\};$
- 4.68 $P = \left\{ -\frac{11}{3}; 0; 1 \right\};$
- 4.69 $P = \{0; 4\};$
- 4.70 $P = \{-6\};$
- 4.71 $P = \{4\};$
- 4.72 $P = \left\{ \frac{3}{2} \right\};$
- 4.73 $P = \left\{ \frac{1}{2} \right\};$
- 4.74 $P = \{1\};$
- 4.75 $P = \{5\};$
- 4.76 $P = \{3\};$
- 4.120 $P = \{-1; 1\};$
- 4.121 $P = \{0\};$
- 4.122 $P = \{1\};$
- 4.123 $P = \{0\};$
- 4.124 $P = \{1\};$
- 4.125 $P = \{3\};$
- 4.126 $P = \{\pm 1; \sqrt{2}; 2\sqrt{2}\};$
- 4.127 $P = \{\pm 1\};$
- 4.128 $P = \{\sqrt{2}\};$
- 4.129 $P = \left\{ \frac{1}{\sqrt[3]{5}} \right\};$
- 4.130 $P = \left\{ \frac{7}{5}; \frac{5}{3} \right\};$
- 4.131 $P = \{\pm 1\};$
- 4.132 $P = \{4\};$
- 4.133 $P = \{0\};$
- 4.134 6;
- 4.135 6;
- 4.136 $P = \{[1; 3]\};$
- 4.137 $P = \{[5; 1]\};$
- 4.138 $P = \{[-2; 5]\};$
- 4.139 $P = \left\{ \left[\frac{5}{3}; -\frac{1}{3} \right] \right\};$

- 4.140 pravda; 4.144 pravda; 4.147 pravda;
- 4.141 pravda; 4.145 lež; 4.148 pravda;
- 4.142 lež; 4.146 lež; 4.149 lež;
- 4.143 pravda;

- 4.150 $u \in (0; 1);$
- 4.151 $\alpha \in (0; 1) \cup (1; \infty);$
- 4.152 $b \in (3; \infty);$
- 4.153 $\varphi \in (0; \pi);$
- 4.154 $q \in \left(0; \frac{1}{e} \right);$
- 4.155 $m \in \left(\frac{\pi}{5}; \infty \right);$
- 4.156 $P = (-\infty; 1);$
- 4.163 $P = \left(\frac{1}{6}; \infty \right);$

4.157 $P = \langle 2; \infty \rangle;$

4.158 $P = (-\infty; -2 \rangle;$

4.159 $P = \langle -2; \infty \rangle;$

4.160 $P = \left(\frac{7}{4}; \infty \right);$

4.161 $P = (3; \infty);$

4.162 $P = \left\langle \frac{1}{4}; \infty \right\rangle;$

4.169 209;

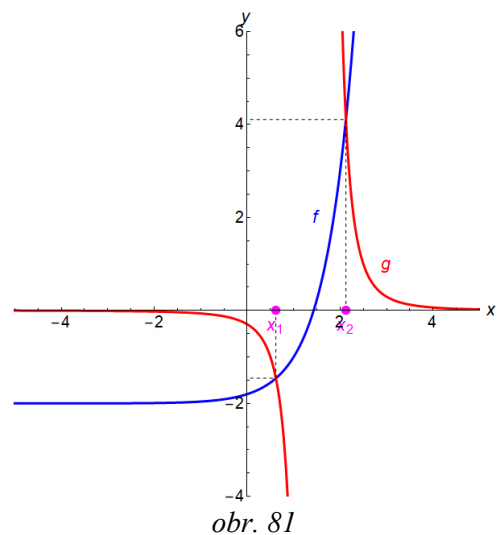
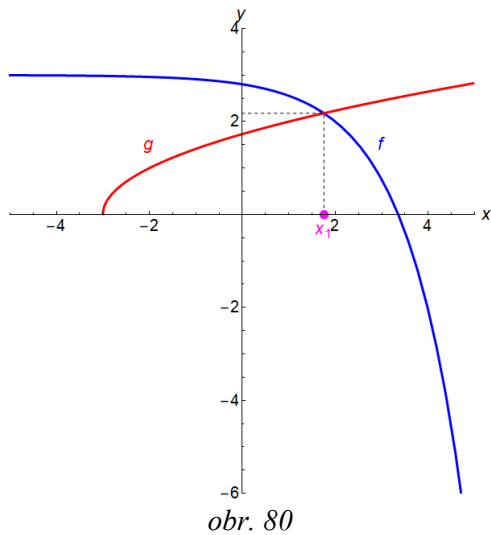
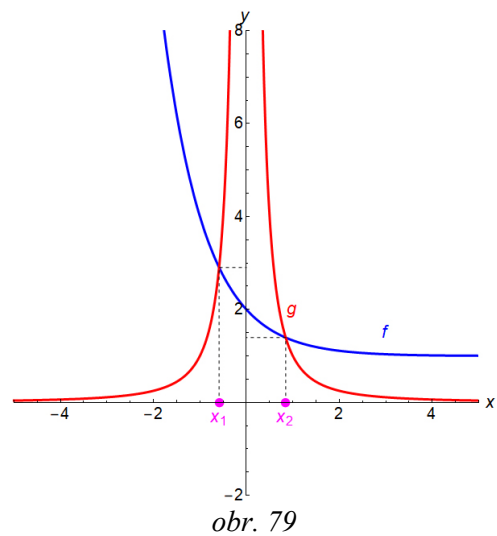
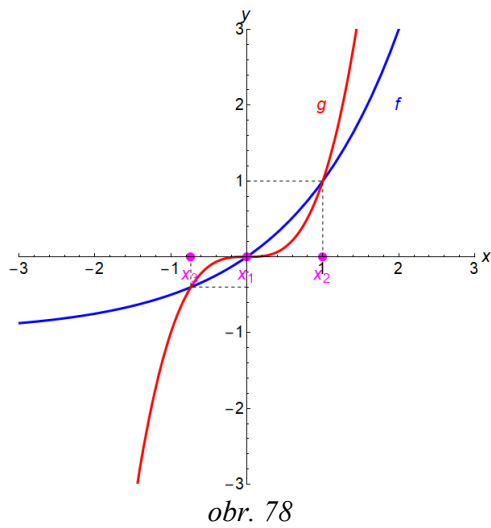
4.164 $P = \left(-\infty; -\frac{1}{2} \right);$

4.165 $P = (1; \infty);$

4.166 $P = \left(-\infty; -\frac{1}{4} \right);$

4.167 $P = \mathbb{R} \setminus \langle -3; 2 \rangle;$

4.168 $P = \left\langle -\frac{3}{2}; 1 \right\rangle;$



4.170 $x \in (-\infty; 1);$

4.171 $x \in \langle 2; \infty \rangle;$

4.172 $x \in \langle -3; -2 \rangle;$

4.173 $x \in \langle -8; 0 \rangle;$

4.174 $\alpha \in (-\infty; -2);$

4.176 $\tau \in \left(-3; -\frac{1}{2} \right);$

4.177 viz obr. 78; $P = \{x_1; x_2; x_3\};$

4.178 viz obr. 79; $P = \{x_1; x_2\};$

4.179 viz obr. 80; $P = (x_1; \infty);$

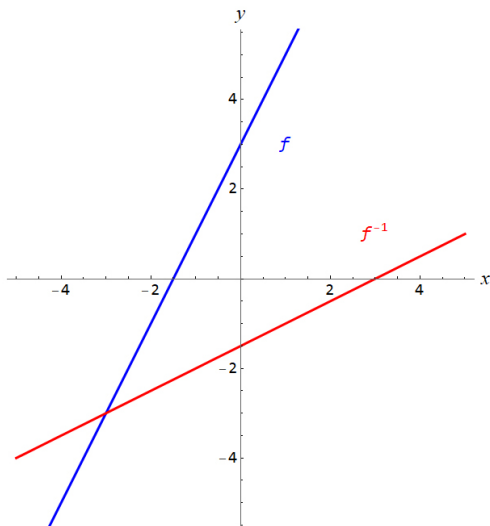
4.175 $\alpha \in \left(-6; -\frac{1}{2}\right)$;

4.180 viz obr. 81;
 $P = \left(x_1; \frac{3}{2}\right) \cup (x_2; \infty)$;

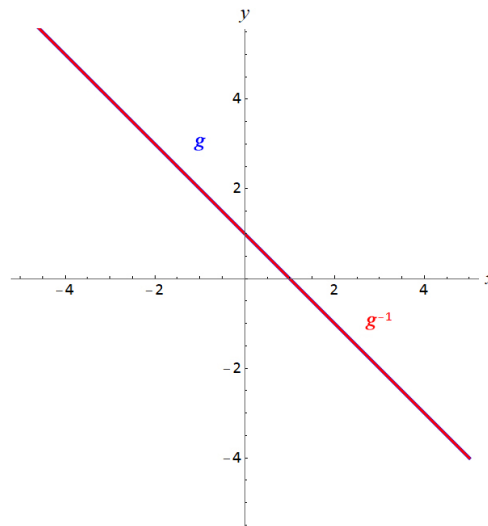
4.181 a) devátý; b) osmý;

4.182 výhodnější je v tomto případě první způsob odměny.

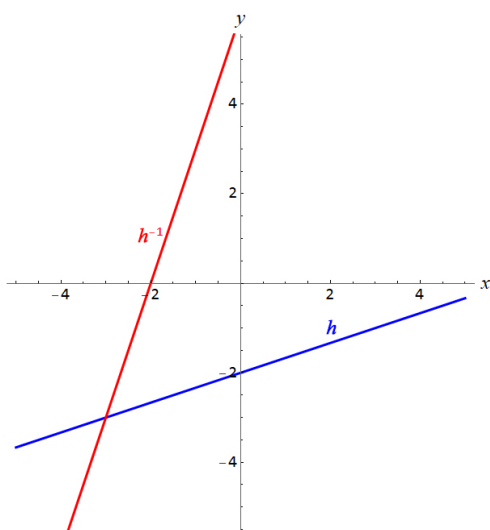
5. Inverzní funkce



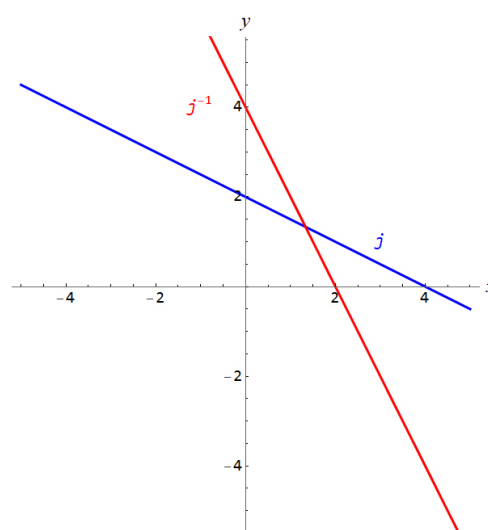
obr. 82



obr. 83



obr. 84



obr. 85

5.1 viz obr. 82; $D_f = H_f = \mathbb{R}$;

5.2 viz obr. 83; $D_g = H_g = \mathbb{R}$;

5.3 viz obr. 84; $D_h = H_h = \mathbb{R}$;

5.4 viz obr. 85; $D_j = H_j = \mathbb{R}$;

5.5 viz obr. 86; $D_k = \langle -2; \infty \rangle$; $H_r = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$;
 $H_k = \langle -1; \infty \rangle$;

5.6 viz obr. 87; $D_l = \langle 1; \infty \rangle$; $H_l = \langle -\infty; 3 \rangle$;

5.9 viz obr. 90; $D_p = \mathbb{R} \setminus \{2\}$; $H_p = \mathbb{R} \setminus \{1\}$;

5.10 viz obr. 91; $D_q = H_q = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$;

5.11 viz obr. 92; $D_r = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$;

5.12 viz obr. 93; $D_s = \langle -2; \infty \rangle$; $H_s = \langle -1; \infty \rangle$;

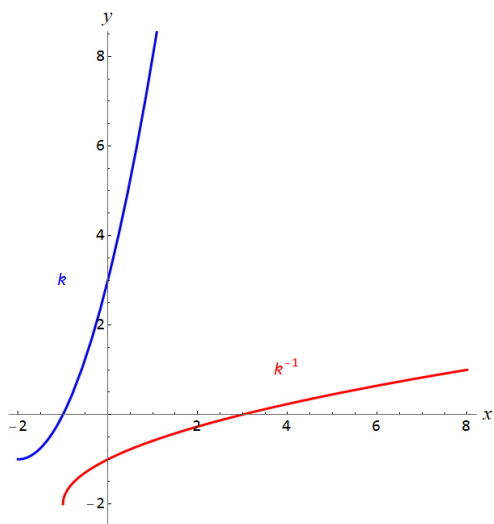
5.7 viz obr. 88; $D_m = \langle 1; \infty \rangle$; $H_m = \langle -3; \infty \rangle$;

5.13 viz obr. 94; $D_t = \langle 1; \infty \rangle$; $H_t = \langle -\infty; 2 \rangle$;

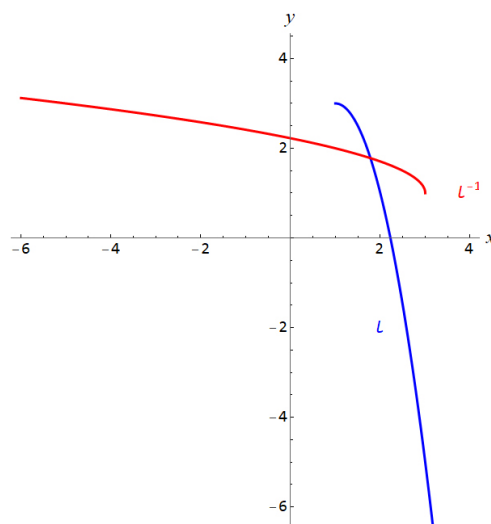
5.8 viz obr. 89; $D_n = \langle -1; \infty \rangle$; $H_n = \langle -\infty; 1 \rangle$;

5.14 viz obr. 95; $D_u = \langle -\infty; 2 \rangle$; $H_u = \langle 1; \infty \rangle$;

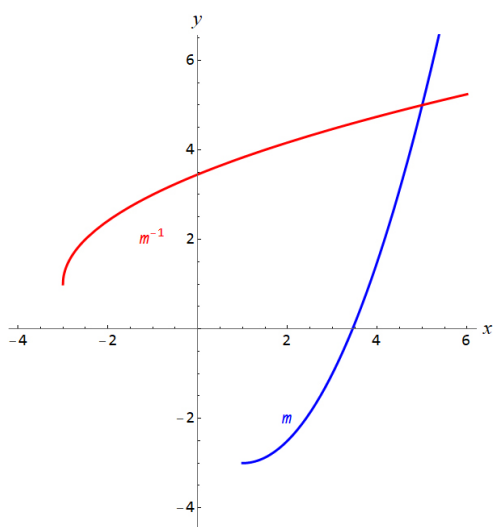
5.15 viz obr. 96; $D_v = \langle -1; \infty \rangle$; $H_v = \langle -2; \infty \rangle$;



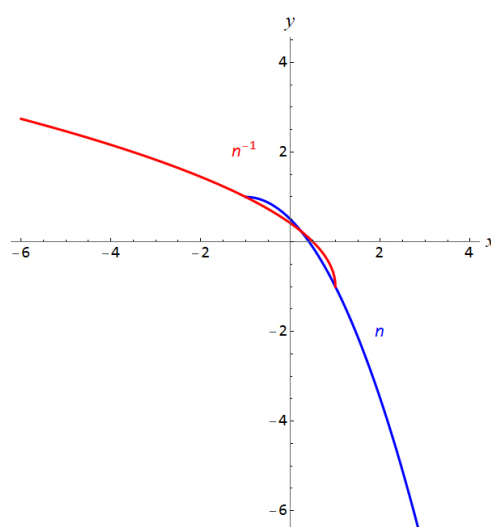
obr. 86



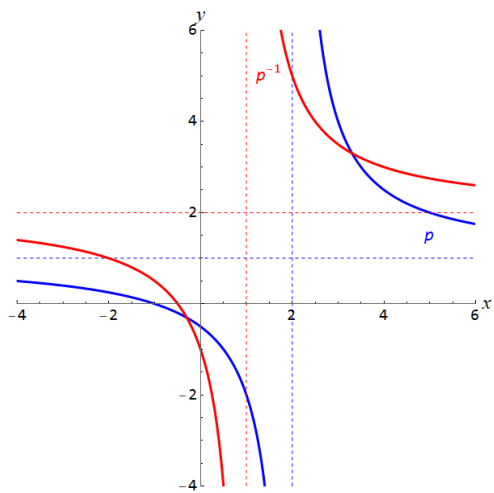
obr. 87



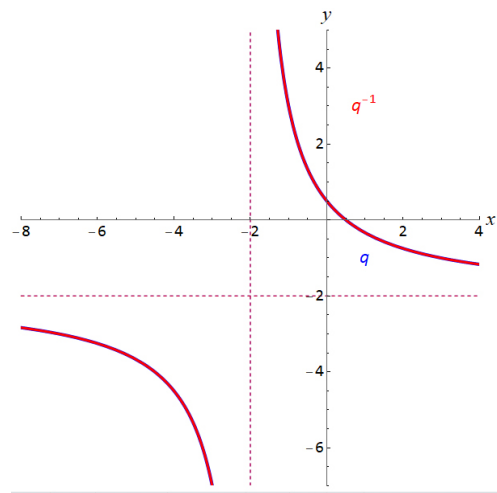
obr. 88



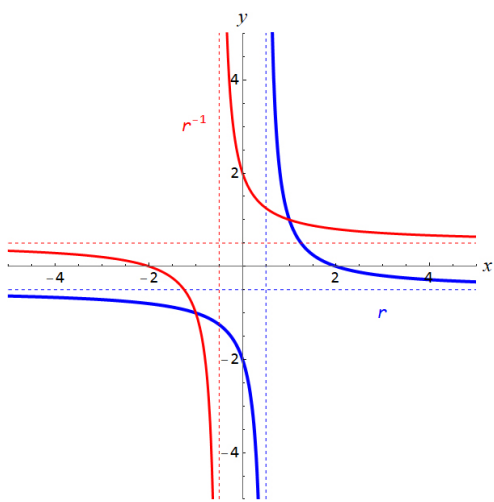
obr. 89



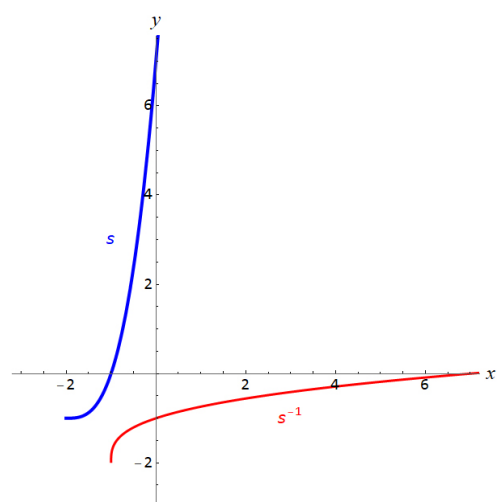
obr. 90



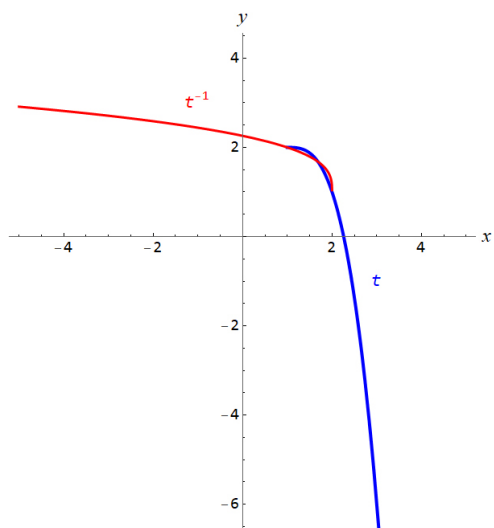
obr. 91



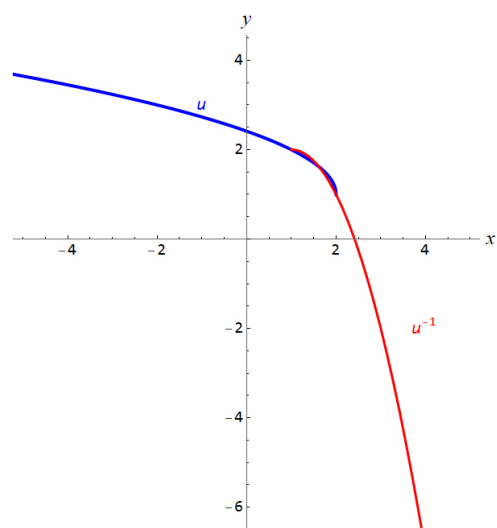
obr. 92



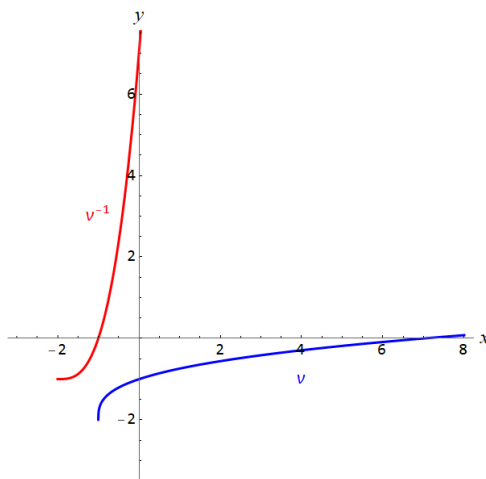
obr. 93



obr. 94



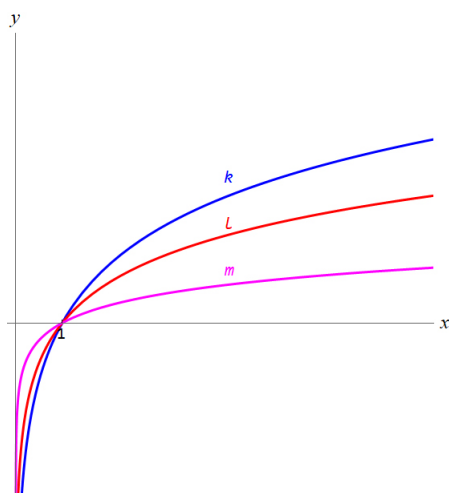
obr. 95



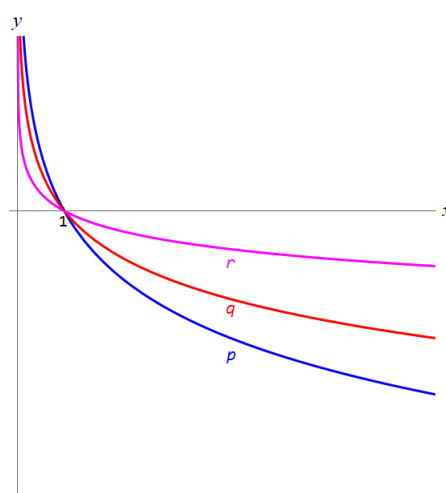
obr. 96

6. Logaritmické funkce, rovnice

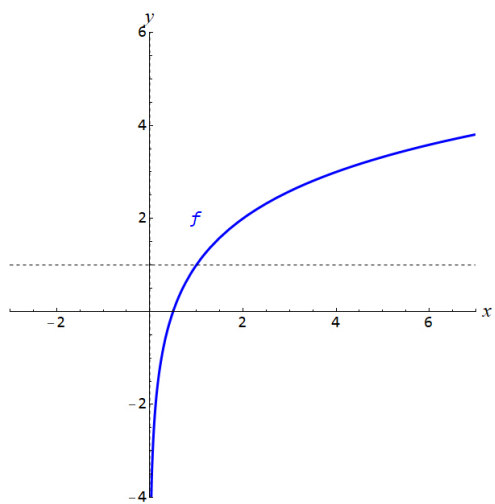
- | | | | |
|------------|---|-------------|---|
| 6.1 | viz obr. 97; $D = \mathbb{R}^+$; $H = \mathbb{R}$; | 6.10 | viz obr. 106; $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $H = \mathbb{R}$; |
| 6.2 | viz obr. 98; $D = \mathbb{R}^+$; $H = \mathbb{R}$; | 6.11 | viz obr. 107; $D = \mathbb{R}$; $H = \langle \log 2 + 1; \infty \rangle$; |
| 6.3 | viz obr. 99; $D = \mathbb{R}^+$; $H = \mathbb{R}$; | 6.12 | viz obr. 108; $D = \mathbb{R} \setminus \langle -1; 1 \rangle$; $H = \mathbb{R}$; |
| 6.4 | viz obr. 100; $D = \mathbb{R}^+$; $H = \mathbb{R}$; | 6.13 | viz obr. 109; $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$; $H = \mathbb{R}$; |
| 6.5 | viz obr. 101; $D = (1; \infty)$; $H = \mathbb{R}$; | 6.14 | viz obr. 110; $D = (-2; \infty)$; $H = \mathbb{R}_0^+$; |
| 6.6 | viz obr. 102; $D = (-3; \infty)$; $H = \mathbb{R}$; | 6.15 | viz obr. 111; $D = \mathbb{R} \setminus \langle -2; 2 \rangle$; $H = \mathbb{R}_0^+$; |
| 6.7 | viz obr. 103; $D = (-\infty; 2)$; $H = \mathbb{R}$; | 6.16 | viz obr. 112; $D = (-2; \infty)$; $H = \langle -2; \infty \rangle$; |
| 6.8 | viz obr. 104; $D = (-\infty; 1)$; $H = \mathbb{R}$; | 6.17 | viz obr. 113; $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $H = \mathbb{R}_0^-$; |
| 6.9 | viz obr. 105; $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $H = \mathbb{R}$; | | |



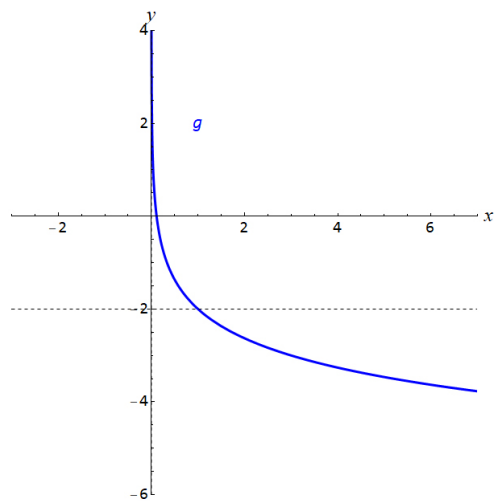
obr. 97



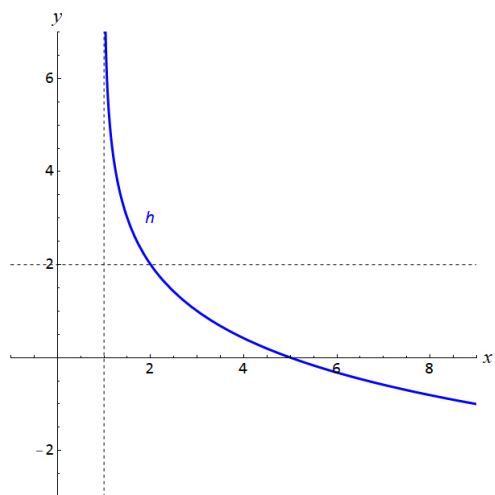
obr. 98



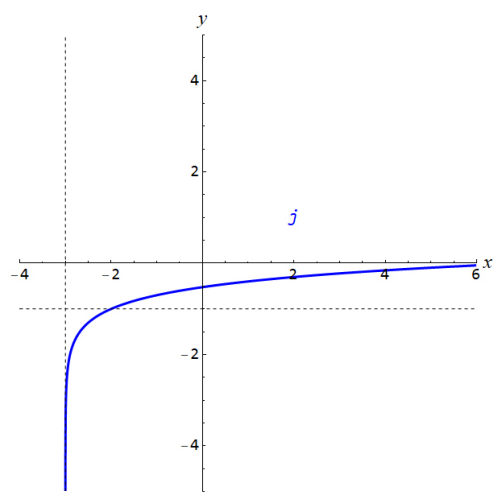
obr. 99



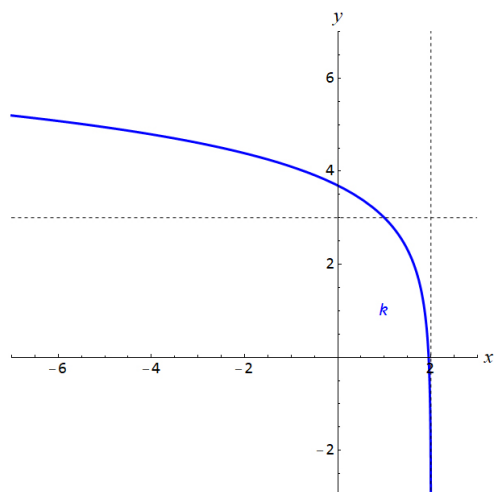
obr. 100



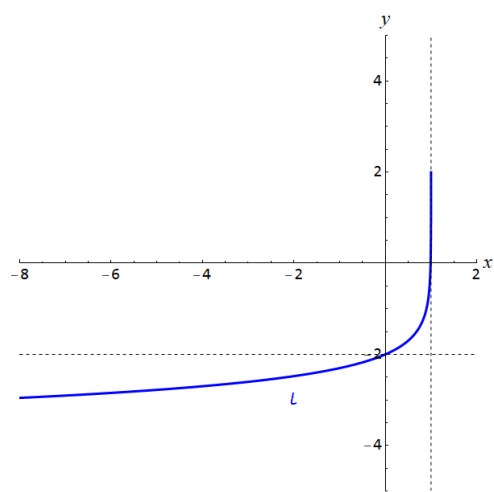
obr. 101



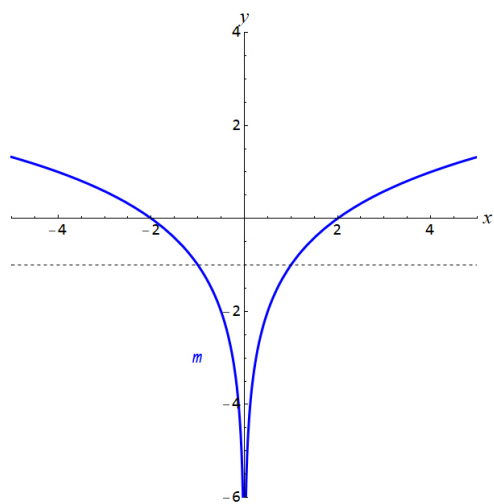
obr. 102



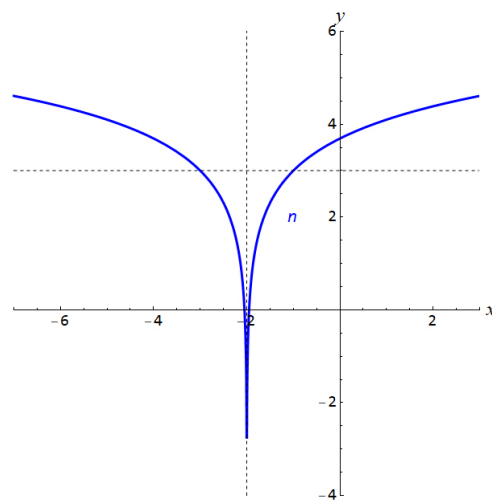
obr. 103



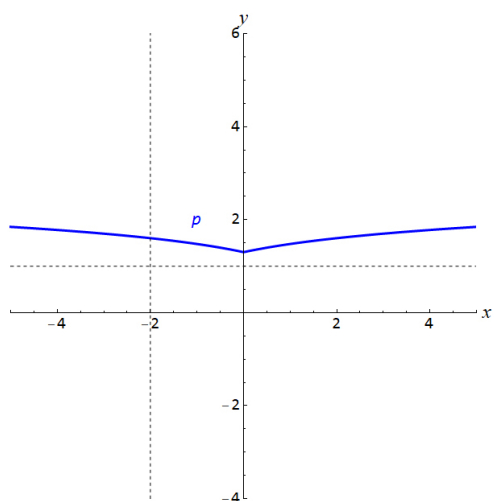
obr. 104



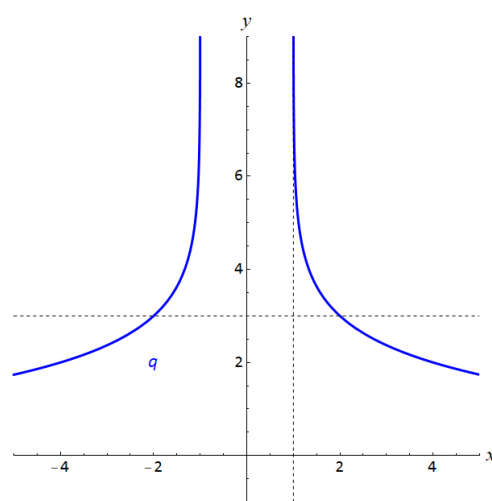
obr. 105



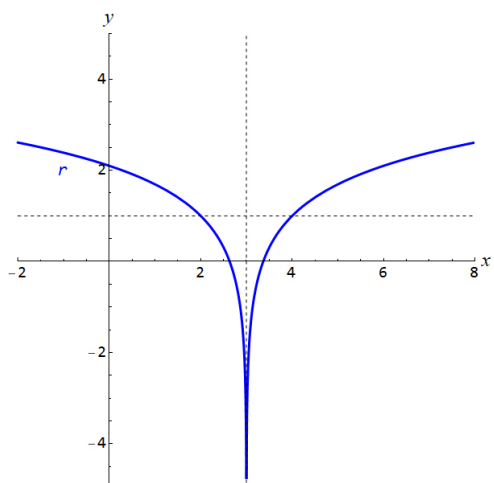
obr. 106



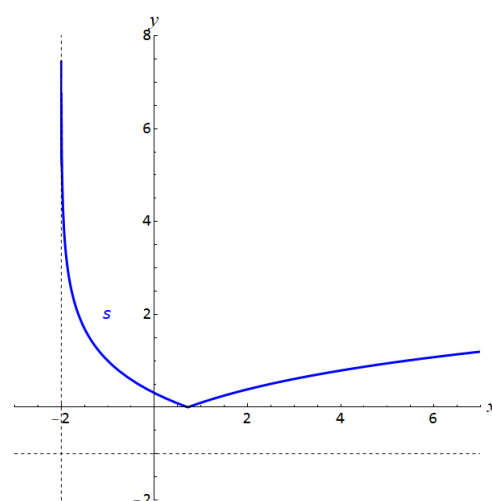
obr. 107



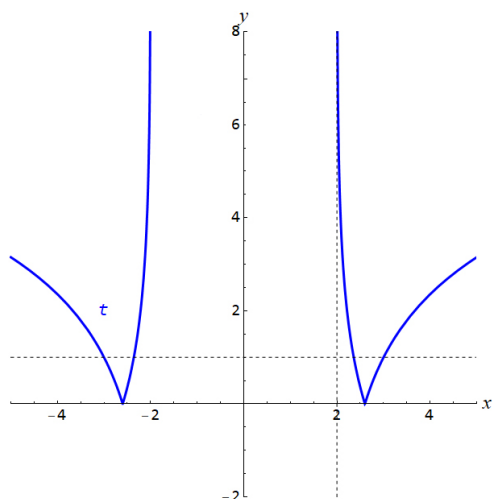
obr. 108



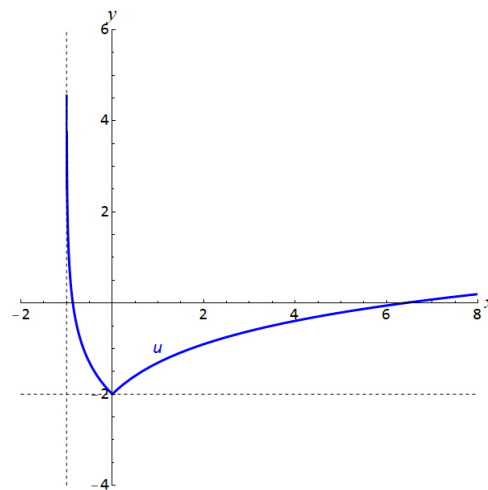
obr. 109



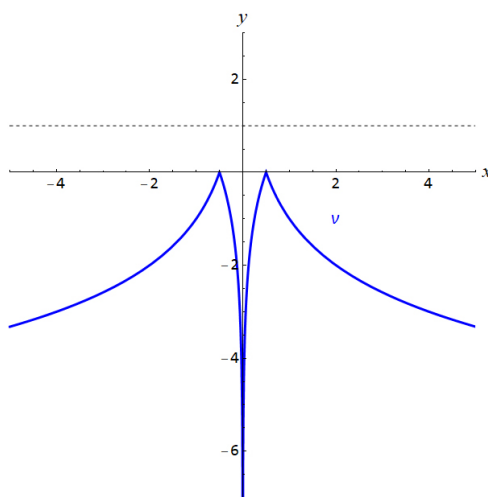
obr. 110



obr. 111



obr. 112



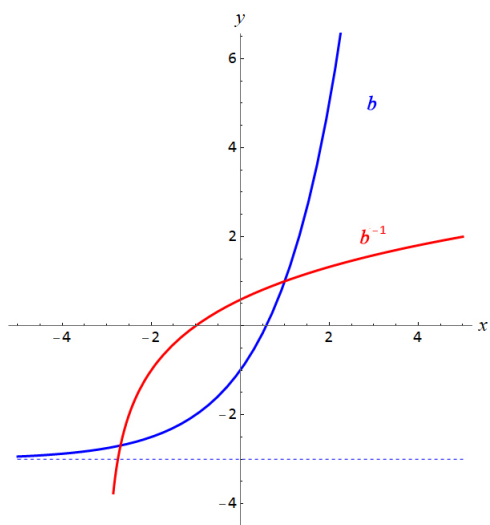
obr. 113

6.18 viz obr. 114; $D_b = \mathbb{R}$; $H_b = (-3; \infty)$;

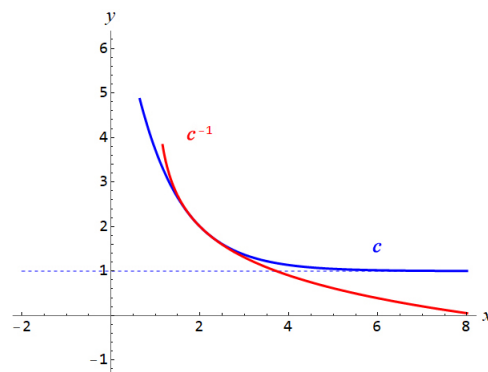
6.20 viz obr. 116; $D_d = (-\infty; 2)$; $H_d = \mathbb{R}$;

6.19 viz obr. 115; $D_c = \mathbb{R}$; $H_c = (1; \infty)$;

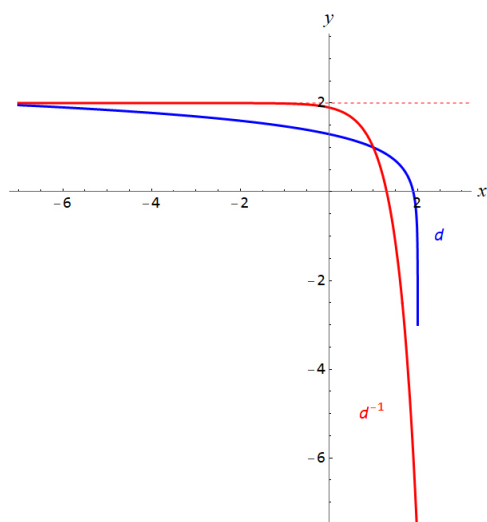
6.21 viz obr. 117; $D_f = (-3; \infty)$; $H_f = \mathbb{R}$;



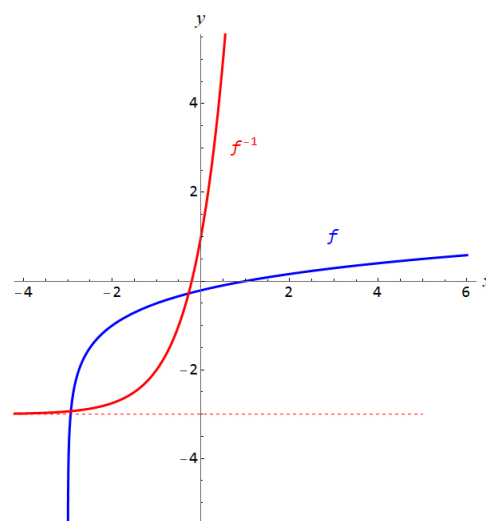
obr. 114



obr. 115



obr. 116



obr. 117

6.22 100;

6.23 81;

6.24 4;

6.25 5;

6.26 0,1;

6.27 4;

6.28 9;

6.29 3;

6.30 0,01;

6.31 8;

6.32 2;

6.33 243;

6.34 e^2 ;

6.35 $\sqrt{2}$;

6.36 64;

6.37 $q = -1$;

6.38 $t = 256$;

6.39 $w = \frac{1}{9}$;

6.40 $j = \frac{3}{2}$;

6.41 $c = \sqrt{2}$;

6.42 $a = 25$;

6.43 $-\frac{9}{2}$;

6.44 -3;

6.45 $\frac{1}{6}$;

6.46 -1;

6.47 4;

6.48 0;

6.49 $-\frac{\log_7 5}{2}$;

6.50 $\log_4 3 + \frac{3}{2}$;

6.51 $5 \log u$; $u \in \mathbb{R}^+$;

6.52 $3 \log_3 b$; $b \in \mathbb{R}^+$;

6.53 0 ; $q \in (1; \infty)$;

6.54 $\log_\pi 2$; $a \in (7; \infty)$;

6.55 $\log x^3 y$; $x, y \in \mathbb{R}^+$;

6.56 $\log x = \frac{\ln x}{\ln 10} = 0,43429 \cdot \ln x$;

6.58 $\log_2 x = \frac{\ln x}{\ln 2} = 1,44270 \cdot \ln x$;

$$6.57 \quad \ln x = \frac{\log x}{\log e} = 2,30259 \cdot \ln x;$$

$$6.59 \quad \log_2 x = \frac{\log x}{\log 2} = 3,32193 \cdot \log x;$$

$$6.60 \quad \text{a) } 2; \text{ b) } 3;$$

6.61 kladné;

6.66 kladné;

6.62 kladné;

6.67 záporné;

6.63 záporné;

6.68 kladné;

6.64 záporné;

6.69 záporné;

6.65 záporné;

$$6.70 \quad (1; 2);$$

$$6.76 \quad (-2; -1);$$

$$6.71 \quad (4; 5);$$

$$6.77 \quad (4; 5);$$

$$6.72 \quad (2; 3);$$

$$6.78 \quad (-5; -4);$$

$$6.73 \quad (3; 4);$$

$$6.79 \quad (2; 3);$$

$$6.74 \quad (3; 4);$$

$$6.80 \quad (2; 3);$$

$$6.75 \quad (-5; -4);$$

$$6.81 \quad \log_z x = 3 \log_z a + 2 \log_z b;$$

$$6.83 \quad \log_z p = \log_z 12 + 4 \log_z u + \frac{2}{3} \log_z v;$$

$$6.82 \quad \log_z y = \log_z 4 + 2 \log_z m - 2 \log_z n;$$

$$6.84 \quad \log_z q = \log_z 52 + 3 \log_z \alpha + \frac{1}{2} \log_z (\beta + 2);$$

$$6.85 \quad \log_z \Gamma = \log_z 75 + 5 \log_z r + 2 \log_z t - 3 \log_z q - \frac{1}{2} \log_z 3 - \frac{1}{2} \log_z (4 - r^2);$$

$$6.86 \quad \log_z \Omega = \log_z 3 + 2 \log_z \sin \omega - 2 \log_z \pi - 3 \log_z \cos \omega;$$

$$6.87 \quad S = 4\pi a^2;$$

$$6.91 \quad A = \frac{9(x+7)}{x+2};$$

$$6.88 \quad t = \frac{2\varepsilon v^3}{u^2};$$

$$6.92 \quad C = v(v+2);$$

$$6.89 \quad V = \frac{4\pi r^2 v}{\sqrt{r \cdot v}};$$

$$6.93 \quad \beta = 3;$$

$$6.90 \quad \Sigma = 10 \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{\pi \cdot \sqrt{a \cdot \cos^3 \alpha}};$$

$$6.94 \quad P = \{\log_2 3\};$$

$$6.141 \quad P = \left\{ \frac{1}{32}; 2 \right\};$$

$$6.95 \quad P = \{\log_5 4 - 1\};$$

$$6.142 \quad P = \left\{ \frac{1}{27 \cdot \sqrt[3]{3}}; 9 \right\};$$

$$6.96 \quad P = \left\{ \frac{\log_3 5 + 2}{4} \right\};$$

$$6.143 \quad P = \left\{ \frac{1}{7 \cdot \sqrt{e}}; \frac{e}{7} \right\};$$

$$6.97 \quad P = \left\{ 2 \cdot \left(1 - \log_4 \frac{10}{3} \right) \right\};$$

$$6.144 \quad P = \{5\};$$

- 6.98 $P = \left\{ \log_{\frac{2}{5}} 25 \right\};$
- 6.99 $P = \left\{ \frac{4 \log 3}{\log 5 - 2 \log 3} \right\};$
- 6.100 $P = \left\{ \frac{2 \log 6}{\log 3 - 4 \log 6} \right\};$
- 6.101 $P = \left\{ \frac{2}{\sqrt{\log 18}} \right\};$
- 6.102 $P = \left\{ \log_2 \frac{4}{3} \right\};$
- 6.103 $P = \left\{ \log \sqrt{3} \right\};$
- 6.104 $P = \left\{ \ln \sqrt{3} \right\};$
- 6.105 $P = \{0; 3\};$
- 6.106 $P = \left\{ \frac{1}{7} \right\};$
- 6.107 $P = \left\{ 1 \pm 2\sqrt{2} \right\};$
- 6.108 $P = \left\{ \frac{1}{3} \right\};$
- 6.109 $P = \{95\};$
- 6.110 $P = \{-20\};$
- 6.111 $P = \{2e\};$
- 6.112 $P = \{4\};$
- 6.113 $P = \{2\};$
- 6.114 $P = \left\{ \frac{1}{2} \right\};$
- 6.115 $P = \{4\};$
- 6.116 $P = \{2\};$
- 6.117 $P = \{9\};$
- 6.118 $P = \{100\};$
- 6.119 $P = \{100\};$
- 6.120 $P = \left\{ \frac{1}{18} \right\};$
- 6.121 $P = \{9\};$
- 6.122 $P = \{0; 5\};$
- 6.145 $P = \{1; 10\};$
- 6.146 $P = \{1; 3\};$
- 6.147 $P = \left\{ \frac{1}{10}; 10 \right\};$
- 6.148 $P = \left\{ \frac{1}{4}; 8 \right\};$
- 6.149 $P = \{1; 4\};$
- 6.150 $P = \{1; \sqrt{5}\};$
- 6.151 $P = \{1; 16\};$
- 6.152 $P = \left\{ \frac{1}{1000}; \frac{1}{100} \right\};$
- 6.153 $P = \left\{ \frac{1}{10}; 10 \right\};$
- 6.154 $P = \left\{ \frac{1}{100}; 100 \right\};$
- 6.155 $P = \left\{ 25; \frac{1}{25} \right\};$
- 6.156 $P = \left\{ \frac{1}{16}; 2 \right\};$
- 6.157 $P = \{6; 36\};$
- 6.158 $P = \{10^{-6}; 100\};$
- 6.159 $P = \left\{ -\frac{8}{9}; 8 \right\};$
- 6.160 $P = \left\{ \frac{\sqrt{5} + 5}{15}; 2 \right\};$
- 6.161 $P = \left\{ 1; 5 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right\};$
- 6.162 $P = \left\{ -2; \frac{4 - \sqrt[3]{10}}{3} \right\};$
- 6.163 $P = \left\{ 1; \frac{9}{4} \right\};$
- 6.164 $P = \{1; 2; e\};$
- 6.165 $P = \{1; 4\};$
- 6.166 $P = \{1; 4\};$
- 6.167 $P = \left\{ \log_{\frac{2}{5}} \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = \log_{\frac{5}{2}} \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \right\};$

- 6.123 $P = \{2\};$
- 6.124 $P = \{\pm\sqrt[4]{3}\};$
- 6.125 $P = \left\{\frac{3}{2}\right\};$
- 6.126 $P = \{\sqrt{5}\};$
- 6.127 $P = \left\{-\frac{7}{2}\right\};$
- 6.128 $P = \left\{-\frac{2}{5}\right\};$
- 6.129 $P = \left\{2 \cdot \frac{2-e}{e+1}\right\};$
- 6.130 $P = \{-4; 2\};$
- 6.131 $P = \{1\};$
- 6.132 $P = \{5\};$
- 6.133 $P = \{10\};$
- 6.134 $P = \left\{\frac{1}{2}\right\};$
- 6.135 $P = \left\{\ln\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\right\};$
- 6.136 $P = \left\{\frac{\ln 3 - \ln 2}{\ln(\sqrt{5}-1) - \ln 2}\right\};$
- 6.137 $P = \{7\};$
- 6.138 $P = \left\{\frac{1}{8}; 16\right\};$
- 6.139 $P = \{10; 100\};$
- 6.140 $P = \{\sqrt[3]{2}; 32\};$
- 6.185 pravda;
- 6.186 pravda;
- 6.187 lež;
- 6.188 lež;
- 6.193 $u \in (0; 1);$
- 6.194 $a \in (1; \infty);$
- 6.195 $k \in (-4; \infty)$
- 6.168 $P = \left\{\log_{\frac{5}{3}} \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right\};$
- 6.169 $P = \{0\};$
- 6.170 $P = \left\{\log_{\frac{2}{3}} 2 = \log_{\frac{3}{2}} \frac{1}{2}\right\};$
- 6.171 $P = \left\{\sqrt[3]{e^2}; e \cdot \sqrt{e}\right\};$
- 6.172 $P = \{4\};$
- 6.173 $P = \left\{10^{\frac{2 \log 7 \cdot \log 8}{\log 56}}\right\};$
- 6.174 $P = \{2\};$
- 6.175 $P = \{4\};$
- 6.176 $P = \{1\};$
- 6.177 $P = \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\};$
- 6.178 $P = \{31\};$
- 6.179 $P = \{1\};$
- 6.180 $P = \{-1; 2k\pi; k \in \mathbb{Z}\};$
- 6.181 $P = \left\{\pm \ln \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right\};$
- 6.182 $P = \left\{[16; 3]; \left[\frac{1}{64}; -2\right]\right\};$
- 6.183 $P = \left\{[5; 4]; \left[\frac{1}{625}; -1\right]\right\};$
- 6.184 $\log_2 r = 2^{513};$
- 6.189 pravda;
- 6.190 pravda;
- 6.191 lež;
- 6.192 pravda;
- 6.197 $w \in (\pi; \infty);$
- 6.198 $x \in (0; 3e);$
- 6.199 $v \in (-2; 0,5);$

- 6.196 $p \in (0, 5; \infty)$;
- 6.201 $P = (0; 1000)$;
- 6.202 $P = (e^2; \infty)$;
- 6.203 $P = (30; \infty)$;
- 6.204 $P = \left(\frac{1}{2}; \frac{13}{25}\right)$;
- 6.205 $P = \left\langle -\frac{79}{5}; \frac{2}{5} \right\rangle$;
- 6.206 $P = \left(-\frac{1}{3}; -\frac{1}{4}\right)$;
- 6.207 $P = \left(\frac{5}{9}; \frac{7}{9}\right)$;
- 6.208 $P = (2; 3)$;
- 6.209 $P = \left(\frac{1}{2}; \infty\right)$;
- 6.210 $P = (2; 3)$;
- 6.211 $P = (4; \infty)$;
- 6.212 $P = \left\langle 0; \frac{9}{2} \right\rangle$;
- 6.213 $P = (1; 5)$;
- 6.214 $P = (-\infty; -2) \cup (3 - \log_2 3; \infty)$;
- 6.215 $P = (1; 4)$;
- 6.216 $P = (-4; -3) \cup (-3; -2) \cup (0; 1) \cup (1; \infty)$;
- 6.217 $D = (-\infty; -6) \cup (1; \infty)$;
- 6.218 $D = (-\infty; 2) \cup (3; \infty)$;
- 6.219 $D = \mathbb{R}$;
- 6.220 $D = \left(-3; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}; 2\right)$;
- 6.221 $D = \left\langle -\frac{16}{3}; -4 \right\rangle$;
- 6.222 $D = \left(-2; \frac{10}{3}\right)$;
- 6.223 $x \in (-\infty; 2) \cup (5; \infty)$;
- 6.224 $x \in (-\infty; -2) \cup (5; \infty)$;
- 6.225 $x \in (4 - \sqrt{5}; 2) \cup (6; 4 + \sqrt{5})$;
- 6.232 163 ms;
- 6.233 139 dní;
- 6.234 42krát, ale i libovolně tenký papír lze přeložit maximálně 7krát.
- 6.226 $x \in \langle -2; 2 - \sqrt{15} \rangle \cup (2 + \sqrt{15}; 6)$;
- 6.227 $x \in \left(-2; \frac{2 - \sqrt{6}}{2}\right) \cup \left(\frac{2 + \sqrt{6}}{2}; 4\right)$;
- 6.228 $x \in \left\langle -2; \frac{4}{3} \right\rangle$;
- 6.229 $x \in \left\langle -\frac{4}{5}; \frac{13}{14} \right\rangle$;
- 6.230 $\sigma \in \left(-1; \frac{1}{2}\right)$;
- 6.231 $\beta \in (-1 - \sqrt{2}; -2) \cup (0; -1 + \sqrt{2})$;