



PANSKÁ

Střední průmyslová škola sdělovací techniky

Panská 3

Praha 1

© Jaroslav Reichl, 2022

Goniometrické funkce, rovnice a nerovnice

sbírka úloh z matematiky

Jaroslav Reichl

Obsah

1. Úhly.....	3
2. Hodnoty goniometrických funkcí	3
3. Goniometrické funkce	4
4. Vztahy mezi goniometrickými funkcemi.....	5
5. Goniometrické rovnice	7
6. Goniometrické nerovnice	11
7. Trigonometrie	13
Řešení.....	18
1. Úhly.....	18
2. Hodnoty goniometrických funkcí	18
3. Goniometrické funkce	19
4. Vztahy mezi goniometrickými funkcemi.....	26
5. Goniometrické rovnice	29
6. Goniometrické nerovnice	35
7. Trigonometrie	36

1. Úhly

Vyjádřete úhel zadaný ve stupních v radiánech a naopak:

1.1	30° ;	1.5	36° ;	1.9	72° ;	1.13	225° ;	1.17	240° ;
1.2	18° ;	1.6	90° ;	1.10	120° ;	1.14	150° ;	1.18	264° ;
1.3	45° ;	1.7	24° ;	1.11	144° ;	1.15	135° ;	1.19	198° ;
1.4	12° ;	1.8	60° ;	1.12	48° ;	1.16	330° ;	1.20	210° ;
1.21	$\frac{\pi}{20}$;	1.25	$\frac{\pi}{12}$;	1.29	$\frac{13\pi}{10}$;	1.33	$\frac{17\pi}{12}$;	1.37	$\frac{11\pi}{90}$;
1.22	$\frac{7\pi}{4}$;	1.26	$\frac{11\pi}{30}$;	1.30	$\frac{11\pi}{6}$;	1.34	$\frac{7\pi}{18}$;	1.38	$\frac{9\pi}{5}$;
1.23	$\frac{3\pi}{5}$;	1.27	$\frac{4\pi}{15}$;	1.31	$\frac{11\pi}{20}$;	1.35	$\frac{5\pi}{6}$;	1.39	$\frac{23\pi}{45}$;
1.24	$\frac{\pi}{36}$;	1.28	$\frac{7\pi}{36}$;	1.32	$\frac{4\pi}{3}$;	1.36	$\frac{19\pi}{36}$;	1.40	$\frac{27\pi}{20}$.

2. Hodnoty goniometrických funkcí

Bez použití kalkulačky vypočtěte:

2.1	$\sin \frac{\pi}{3}$;	2.3	$\sin \frac{7\pi}{6}$;	2.5	$\sin \frac{3\pi}{4}$;	2.7	$\sin \frac{4\pi}{3}$;	2.9	$\sin \frac{11\pi}{6}$;
2.2	$\cos \frac{\pi}{4}$;	2.4	$\cos \frac{5\pi}{6}$;	2.6	$\cos \frac{5\pi}{3}$;	2.8	$\cos \frac{7\pi}{6}$;	2.10	$\cos \frac{3\pi}{2}$;
2.11	$\sin 45^\circ$;	2.13	$\sin 120^\circ$;	2.15	$\sin 330^\circ$;	2.17	$\sin 150^\circ$;	2.19	$\sin 225^\circ$;
2.12	$\cos 180^\circ$;	2.14	$\cos 210^\circ$;	2.16	$\cos 300^\circ$;	2.18	$\cos 240^\circ$;	2.20	$\cos 330^\circ$;
2.21	$\sin \frac{25\pi}{6}$;	2.23	$\sin \frac{35\pi}{4}$;	2.25	$\sin \frac{16\pi}{3}$;	2.27	$\sin 13\pi$;	2.29	$\sin \frac{35\pi}{3}$;
2.22	$\cos \frac{14\pi}{3}$;	2.24	$\cos \frac{41\pi}{6}$;	2.26	$\cos \frac{23\pi}{4}$;	2.28	$\cos \frac{22\pi}{3}$;	2.30	$\cos \frac{43\pi}{6}$;
2.31	$\sin 405^\circ$;	2.33	$\sin 1500^\circ$;	2.35	$\sin 1290^\circ$;	2.37	$\sin 1980^\circ$;	2.39	$\sin 600^\circ$;
2.32	$\cos 840^\circ$;	2.34	$\cos 1200^\circ$;	2.36	$\cos 1665^\circ$;	2.38	$\cos 2400^\circ$;	2.40	$\cos 900^\circ$;
2.41	$\sin\left(-\frac{19\pi}{6}\right)$;	2.44	$\cos\left(-\frac{31\pi}{6}\right)$;	2.47	$\sin\left(-\frac{46\pi}{3}\right)$;	2.50	$\cos\left(-\frac{71\pi}{6}\right)$;		
2.42	$\cos\left(-\frac{23\pi}{4}\right)$;	2.45	$\sin\left(-\frac{37\pi}{4}\right)$;	2.48	$\cos\left(-\frac{51\pi}{4}\right)$;	2.51	$\sin\left(-\frac{65\pi}{6}\right)$;		
2.43	$\sin\left(-\frac{32\pi}{3}\right)$;	2.46	$\cos\left(-\frac{20\pi}{3}\right)$;	2.49	$\sin\left(-\frac{23\pi}{2}\right)$;	2.52	$\cos\left(-\frac{99\pi}{2}\right)$;		

- 2.53 $\sin(-420^\circ)$; 2.55 $\sin(-1320^\circ)$; 2.57 $\sin(-570^\circ)$; 2.59 $\sin(-1125^\circ)$;
 2.54 $\cos(-690^\circ)$; 2.56 $\cos(-1215^\circ)$; 2.58 $\cos(-1290^\circ)$; 2.60 $\cos(-480^\circ)$;
 2.61 Vypočtěte $\sin 2015^\circ$, jestliže $\cos 35^\circ = \alpha$.
 2.62 $\operatorname{tg} \frac{5\pi}{6}$; 2.64 $\operatorname{tg} \frac{7\pi}{4}$; 2.66 $\operatorname{tg} \frac{10\pi}{3}$; 2.68 $\operatorname{tg} \frac{23\pi}{6}$; 2.70 $\operatorname{tg} \frac{35\pi}{4}$;
 2.63 $\operatorname{cotg} \frac{4\pi}{3}$; 2.65 $\operatorname{cotg} \frac{7\pi}{6}$; 2.67 $\operatorname{cotg} \frac{23\pi}{4}$; 2.69 $\operatorname{cotg} \frac{29\pi}{3}$; 2.71 $\operatorname{cotg} \frac{17\pi}{2}$;
 2.72 $\operatorname{tg} 120^\circ$; 2.75 $\operatorname{cotg} 240^\circ$; 2.78 $\operatorname{tg} 630^\circ$; 2.81 $\operatorname{cotg} 1020^\circ$;
 2.73 $\operatorname{cotg} 210^\circ$; 2.76 $\operatorname{tg} 225^\circ$; 2.79 $\operatorname{cotg} 405^\circ$; 2.82 $\operatorname{tg} 870^\circ$;
 2.74 $\operatorname{tg} 330^\circ$; 2.77 $\operatorname{cotg} 150^\circ$; 2.80 $\operatorname{tg} 600^\circ$; 2.83 $\operatorname{cotg} 930^\circ$;
 2.84 $\operatorname{tg}\left(-\frac{23\pi}{6}\right)$; 2.86 $\operatorname{tg}\left(-\frac{32\pi}{3}\right)$; 2.88 $\operatorname{tg}\left(-\frac{39\pi}{4}\right)$; 2.90 $\operatorname{tg}\left(-\frac{65\pi}{6}\right)$;
 2.85 $\operatorname{cotg}\left(-\frac{29\pi}{4}\right)$; 2.87 $\operatorname{cotg}\left(-\frac{41\pi}{6}\right)$; 2.89 $\operatorname{cotg}\left(-\frac{41\pi}{3}\right)$; 2.91 $\operatorname{cotg}\left(-\frac{83\pi}{6}\right)$;
 2.92 $\operatorname{tg}(-150^\circ)$; 2.94 $\operatorname{tg}(-495^\circ)$; 2.96 $\operatorname{tg}(-780^\circ)$; 2.98 $\operatorname{tg}(-1170^\circ)$;
 2.93 $\operatorname{cotg}(-240^\circ)$; 2.95 $\operatorname{cotg}(-510^\circ)$; 2.97 $\operatorname{cotg}(-675^\circ)$; 2.99 $\operatorname{cotg}(-1110^\circ)$.

3. Goniometrické funkce

Nakreslete pěkně graf dané funkce a určete její definiční obor a obor hodnot:

- 3.1 $g: y = \sin x + 1$; 3.18 $w: y = -\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) + 2$;
 3.2 $k: y = 2 \sin x + 1$; 3.19 $s: y = 1,5 \sin\left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{2}\right) - 1$;
 3.3 $p: y = -2 \sin x$; 3.20 $l: y = 2 \sin\left(|x| - \frac{\pi}{3}\right) - 1$;
 3.4 $b: y = -3 \sin x + 2$; 3.21 $a: y = -\sin\left(\left|x + \frac{\pi}{6}\right|\right) + 1$;
 3.5 $f: y = \sin 2x - 1$; 3.22 $q: y = -\sin\left(\left|x\right| + \frac{\pi}{5}\right) - 2$;
 3.6 $a: y = 3 \sin 2x + 1$; 3.23 $c: y = 2 \sin\left(\left|2x - \frac{\pi}{2}\right|\right) - 1$;
 3.7 $h: y = -2 \sin 4x + 1$; 3.24 $f: y = -2 \left|\sin\left(\left|3x - \pi\right|\right)\right| + 1$;
 3.8 $u: y = 1,5 \sin \frac{x}{2} - 0,5$; 3.25 $h: y = -\cos 2x + 1$;
 3.9 $m: y = -2 \sin \frac{x}{4} - 2$;
 3.10 $c: y = 2 \sin|x| + 1$;
 3.11 $z: y = |2 \sin x + 1|$;
 3.12 $v: y = |3 \sin x| - 1$;

$$3.13 \quad q: y = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1;$$

$$3.14 \quad r: y = -\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 2;$$

$$3.15 \quad d: y = 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right);$$

$$3.16 \quad n: y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) - 1;$$

$$3.17 \quad t: y = 3 \sin\left(4x + \frac{4\pi}{3}\right) - 1;$$

$$3.31 \quad k: y = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1;$$

$$3.32 \quad b: y = \operatorname{tg}\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) - 2;$$

$$3.33 \quad p: y = -\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) + 2;$$

$$3.34 \quad m: y = -2 \operatorname{tg}\left(2|x| + \frac{\pi}{3}\right) + 1;$$

$$3.35 \quad z: y = \left| \operatorname{tg}\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) + 2 \right|;$$

$$3.41 \quad f: y = 2 \sin\left(\frac{2\pi}{3}t\right);$$

$$3.42 \quad g: y = 0,5 \sin\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right);$$

3.45 Hmotný bod kmitá s periodou 8 s a maximální výchylkou 15 cm. Napište rovnici pro okamžitou výchylku kmitání tohoto hmotného bodu. Zakreslete závislost okamžité výchylky na čase.

3.46 Hmotný bod kmitá s periodou 5 s, počáteční fází $\frac{\pi}{4}$ a maximální výchylkou 10 cm. Napište rovnici pro okamžitou výchylku kmitání tohoto hmotného bodu. Zakreslete závislost okamžité výchylky na čase.

$$3.26 \quad q: y = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 1;$$

$$3.27 \quad q: y = -2 \cos\left(\frac{|x|}{2} - \frac{\pi}{4}\right) + 1;$$

$$3.28 \quad j: y = 3 \cos\left(\left|2x - \frac{2\pi}{3}\right|\right) + 1;$$

$$3.29 \quad p: y = |2 \cos(3x + \pi) - 1|;$$

$$3.30 \quad t: y = -\left|2 \cos\left(2|x| - \frac{4\pi}{3}\right)\right| + 1;$$

$$3.36 \quad c: y = \operatorname{cotg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 1;$$

$$3.37 \quad w: y = -\operatorname{cotg}\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) + 1;$$

$$3.38 \quad c: y = -\left| \operatorname{cotg}\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3}\right) \right|;$$

$$3.39 \quad h: y = \operatorname{cotg}\left(\frac{\pi}{2} - 2|x|\right) - 3;$$

$$3.40 \quad n: y = -\left| \operatorname{cotg}\left(\left|\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3}\right|\right) \right| + 2;$$

$$3.43 \quad h: y = 1,5 \sin\left(\pi t - \frac{2\pi}{3}\right);$$

$$3.44 \quad j: y = 0,25 \sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{2}\right).$$

4. Vztahy mezi goniometrickými funkcemi

Zjednodušte:

$$4.1 \quad \sqrt{2} \sin\left(m - \frac{5\pi}{4}\right);$$

$$4.2 \quad \sqrt{2} \cos\left(\frac{7\pi}{4} + \omega\right);$$

$$4.3 \quad \sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right);$$

$$4.4 \quad \sin\left(\frac{\pi}{6} + \varphi\right) - \sin\left(\frac{\pi}{6} - \varphi\right);$$

$$4.5 \quad \cos\left(\frac{\pi}{6} + p\right) - \cos\left(\frac{\pi}{6} - p\right);$$

$$4.6 \quad \cos\left(\tau + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} - \tau\right).$$

Bez použití kalkulačky vypočtěte:

- | | | | | | |
|-------------|----------------------|-------------|--------------------|-------------|----------------------------------|
| 4.7 | $\sin 105^\circ$; | 4.11 | $\sin 165^\circ$; | 4.15 | $\operatorname{tg} 105^\circ$; |
| 4.8 | $\cos 75^\circ$; | 4.12 | $\cos 15^\circ$; | 4.16 | $\operatorname{cotg} 75^\circ$; |
| 4.9 | $\sin 22,5^\circ$; | 4.13 | $\sin 15^\circ$; | 4.17 | $\operatorname{tg} 165^\circ$; |
| 4.10 | $\cos 112,5^\circ$; | 4.14 | $\cos 195^\circ$; | 4.18 | $\operatorname{cotg} 15^\circ$. |

Bez určování hodnoty argumentu určete hodnoty všech goniometrických funkcí argumentu, dvojnásobného argumentu i polovičního argumentu, jestliže platí:

- | | | | |
|-------------|--|-------------|--|
| 4.19 | $\sin x = \frac{3}{5}$ pro $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$; | 4.21 | $\cos w = -\frac{1}{4}$ pro $w \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$; |
| 4.20 | $\sin u = \frac{4}{5}$ pro $u \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$; | 4.22 | $\cos b = \frac{2}{3}$ pro $b \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$. |

Bez určování hodnoty argumentu určete hodnoty všech goniometrických funkcí dvojnásobného argumentu, jestliže platí:

- | | | | |
|-------------|--|-------------|--|
| 4.23 | $\operatorname{tg} c = \frac{1}{2}$ pro $c \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$; | 4.25 | $\operatorname{cotg} j = \frac{5}{2}$ pro $j \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$; |
| 4.24 | $\operatorname{tg} q = -\frac{1}{4}$ pro $q \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$; | 4.26 | $\operatorname{cotg} \alpha = -\frac{2}{3}$ pro $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$. |

- 4.27** Pro úhel $\varphi \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ platí $\operatorname{tg} \varphi + \frac{1}{\operatorname{tg} \varphi} = 8$. Určete, čemu je rovno $\sin \varphi + \cos \varphi$.

- 4.28** Určete $\sin 2\beta$, jestliže pro úhel β platí $\frac{1}{\operatorname{tg}^2 \beta} + \frac{1}{\operatorname{cotg}^2 \beta} + \frac{1}{\sin^2 \beta} + \frac{1}{\cos^2 \beta} = 7$.

- 4.29** Určete, čemu je roven výraz $\sin x \cdot \cos x$, jestliže $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$.

- 4.30** Vypočtěte: $\sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \sin^2 40^\circ + \sin^2 50^\circ + \sin^2 60^\circ + \sin^2 70^\circ + \sin^2 80^\circ$.

Zjednodušte a udejte definičního obor daného výrazu:

- | | | | |
|-------------|---|-------------|--|
| 4.31 | $(1 + \sin x) \cdot (1 - \sin x)$; | 4.45 | $\frac{\sin z}{1 - \cos z} + \frac{\sin z}{1 + \cos z}$; |
| 4.32 | $\left(\sin \frac{\lambda}{2} + \cos \frac{\lambda}{2}\right)^2$; | 4.46 | $\frac{1}{1 + \operatorname{tg} v} - \frac{\operatorname{cotg} v}{1 + \operatorname{cotg} v}$; |
| 4.33 | $1 - 2\sin^2 \frac{y}{2}$; | 4.47 | $\frac{1}{1 - \operatorname{tg} \sigma} - \frac{\operatorname{tg} \sigma}{1 + \operatorname{tg} \sigma}$; |
| 4.34 | $\cos^4 2k - \sin^4 2k$; | 4.48 | $\frac{2 \sin \beta - \sin 2\beta}{\sin 2\beta + 2 \sin \beta}$; |
| 4.35 | $\cos 2m + 2 \sin^2 m$; | 4.49 | $\frac{2 \cos p - \cos 2p - 1}{2 \cos p + \cos 2p + 1}$; |
| 4.36 | $\cos u \cdot \sin^2 u + \cos^3 u$; | 4.50 | $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{t}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{t}{2}}$; |
| 4.37 | $\cos^4 b - \sin^4 b + \sin^2 b$; | | |
| 4.38 | $\cos^2 a \cdot \operatorname{tg}^2 a + \cos^2 a$; | | |
| 4.39 | $\cos q \cdot (\operatorname{tg} q + \operatorname{cotg} q)$; | | |
| 4.40 | $(1 + \operatorname{tg}^2 \beta) \cdot (1 - \sin^2 \beta) - \sin^2 \beta$; | | |
| 4.41 | $\operatorname{tg}^2 \delta - \sin^2 \delta - \operatorname{tg}^2 \delta \cdot \sin^2 \delta$; | | |

$$4.42 \quad \frac{\sin^2 r - \sin^4 r}{\cos^4 r - \cos^2 r};$$

$$4.43 \quad \frac{\sin^4 \varphi - \cos^4 \varphi}{\cos 2\varphi};$$

$$4.44 \quad \frac{\cos \varepsilon + 2 \cos^2 \varepsilon \cdot \sin \varepsilon}{(\sin \varepsilon + \cos \varepsilon)^2};$$

4.52 Zjednodušte: $2(\sin^6 x + \cos^6 x) - 3(\sin^4 x + \cos^4 x)$. Udejte podmínky platnosti.

Dokažte platnost následujících vztahů a určete podmínky, za kterých jsou definovány:

$$4.53 \quad \sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x;$$

$$4.54 \quad \sin^2 x - \sin^2 y = \sin(x+y) \cdot \sin(x-y);$$

$$4.55 \quad \sin 2y \cdot \cos y + 2 \sin^3 y = 2 \sin y;$$

$$4.56 \quad \sin 2s \cdot \operatorname{tg} s - \cos 2s + \cos^2 s = 3 \sin^2 s;$$

$$4.57 \quad (\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x) \cdot \sin 2x = 2;$$

$$4.58 \quad \frac{2}{\operatorname{tg} v + \operatorname{ctg} v} = \sin 2v;$$

$$4.59 \quad \frac{1 - \cos \mu}{1 + \cos \mu} = \operatorname{tg}^2 \frac{\mu}{2};$$

$$4.60 \quad \frac{2 \operatorname{tg} a}{1 + \operatorname{tg}^2 a} = \sin 2a;$$

$$4.61 \quad \frac{1 + \cos 2\rho}{\sin 2\rho} = \operatorname{ctg} \rho;$$

$$4.62 \quad \frac{\cos^2 d - \cos 2d}{\sin 2d} = \frac{1}{2} \operatorname{tg} d;$$

$$4.63 \quad \frac{\operatorname{ctg} q - \operatorname{tg} q}{2 \cos 2q} = \frac{1}{\sin 2q};$$

$$4.72 \quad \frac{\cos m \cdot (\cos^4 m + \cos^3 m - \sin^4 m) - \sin^4 m}{2 \cos 2m} = \cos^2 \left(\frac{m}{2} \right).$$

$$4.73 \quad \text{Odvoďte vztah } \sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2} (\sin(x-y) + \sin(x+y)).$$

$$4.74 \quad \text{Odvoďte vztah } \cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2} (\cos(x-y) + \cos(x+y)).$$

4.75 Napište rovnici pro okamžitou výchylku kmitavého pohybu složeného ze dvou kmitání, jejichž okamžité výchylky jsou popsány rovnicemi $y_1 = 0,2 \sin(2\pi \cdot 1,5 \cdot t)$ a $y_2 = 0,2 \sin(2\pi \cdot 1,55 \cdot t)$. Nakreslete graf závislosti okamžité výchylky složeného kmitání na čase.

5. Goniometrické rovnice

Určete nejmenší kořen dané rovnice v intervalu $\langle 0; 2\pi \rangle$:

$$5.1 \quad \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$5.3 \quad \sin b = -1;$$

$$5.5 \quad \operatorname{tg} z = 1;$$

$$4.51 \quad \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\vartheta}{2}};$$

$$4.64 \quad \frac{1 - (\cos n + \sin n)^2}{\sin^2 n - \cos^2 n} = \operatorname{tg} 2n;$$

$$4.65 \quad \frac{2}{\operatorname{tg} u + \operatorname{ctg} u} = \sin 2u;$$

$$4.66 \quad \frac{\sin^3 a + \frac{1}{2} \sin 2a \cdot \cos a}{\sin a} = 1;$$

$$4.67 \quad \frac{\sin^3 r - \frac{1}{2} \sin 2r \cdot \cos r}{\cos 2r} = -\sin r;$$

$$4.68 \quad \frac{\operatorname{ctg}^2 v - \operatorname{tg}^2 v}{\cos 2v} = \frac{4}{\sin^2 2v};$$

$$4.69 \quad \frac{\cos 2\tau}{\operatorname{ctg} \tau - 1} - \frac{\sin 2\tau}{2} = \sin^2 \tau;$$

$$4.70 \quad \frac{4 \cos 2w}{\operatorname{ctg}^2 w - \operatorname{tg}^2 w} = \sin^2 2w;$$

$$4.71 \quad \frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} - \frac{\cos 2\alpha - 1}{\sin 2\alpha} = 2 \operatorname{tg} \alpha;$$

$$5.2 \quad \cos u = -\frac{1}{2}; \quad 5.4 \quad \cos q = -\frac{\sqrt{3}}{2}. \quad 5.6 \quad \cotg t = -\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Určete největší kořen dané rovnice v intervalu $\langle 0; 2\pi \rangle$:

$$5.7 \quad \sin y = -\frac{1}{2}; \quad 5.9 \quad \cos r = -1; \quad 5.11 \quad \operatorname{tg} l = \sqrt{3};$$

$$5.8 \quad \cos n = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad 5.10 \quad \cos d = -\frac{\sqrt{2}}{2}. \quad 5.12 \quad \cotg c = -1.$$

Řešte v dané množině zadanou rovnicí:

$$5.13 \quad 2 \sin b = -1, \text{ v } \mathbb{R}; \quad 5.19 \quad 2\sqrt{3} \operatorname{tg} f = -\sqrt{12}, \text{ v } \langle 0; \pi \rangle;$$

$$5.14 \quad \sqrt{3} \cos a = -\frac{3}{2}, \text{ v } \mathbb{R}; \quad 5.20 \quad 2 \sin n = \sqrt{3}, \text{ v } \langle 0; 2\pi \rangle;$$

$$5.15 \quad \sqrt{3} \operatorname{tg} z = -3, \text{ v } \mathbb{R}; \quad 5.21 \quad 2 = -\frac{\sqrt{2}}{\sin k}, \text{ v } \mathbb{R};$$

$$5.16 \quad \sqrt{3} \cotg w = -1, \text{ v } \mathbb{R}^+; \quad 5.22 \quad \frac{\sqrt{12}}{\cotg u} = -2, \text{ v } \langle 0; \pi \rangle;$$

$$5.17 \quad \sqrt{3} \cos m = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ v } \mathbb{R}; \quad 5.23 \quad \frac{2}{1 + \cotg g} = 1, \text{ v } \langle 0; \pi \rangle.$$

$$5.18 \quad 4 \sin s = 2, \text{ v } \mathbb{R}^-;$$

S pomocí kalkulačky řešte v dané množině zadanou rovnicí:

$$5.24 \quad 2 \sin \beta = 0,5, \text{ v } \langle 0^\circ; 360^\circ \rangle; \quad 5.32 \quad 3 \sin \alpha = 1,6, \text{ v } \mathbb{R};$$

$$5.25 \quad 3 \cos \mu = 2,8, \text{ v } \langle 0^\circ; 360^\circ \rangle; \quad 5.33 \quad 11 \cos \lambda = 9, \text{ v } \mathbb{R};$$

$$5.26 \quad 5 \operatorname{tg} \varphi = 12, \text{ v } \langle 0^\circ; 180^\circ \rangle; \quad 5.34 \quad 9 \operatorname{tg} \omega = 105, \text{ v } \mathbb{R};$$

$$5.27 \quad -\cotg \sigma = 25, \text{ v } \langle 0^\circ; 180^\circ \rangle; \quad 5.35 \quad 25 \cotg \tau = -56, \text{ v } \mathbb{R};$$

$$5.28 \quad 3 \sin d = 2,5, \text{ v } \langle 0; 2\pi \rangle; \quad 5.36 \quad 10,2 \sin y = -9,6, \text{ v } \mathbb{R};$$

$$5.29 \quad 4 \cos k = -1,7, \text{ v } \langle 0; 2\pi \rangle; \quad 5.37 \quad 5,3 \cos p = 3,46, \text{ v } \mathbb{R};$$

$$5.30 \quad \operatorname{tg} m = -0,75, \text{ v } \langle 0; \pi \rangle; \quad 5.38 \quad 2,5 \operatorname{tg} u = 10,1, \text{ v } \mathbb{R};$$

$$5.31 \quad \cotg q = 1,84, \text{ v } \langle 0; \pi \rangle; \quad 5.39 \quad 12,4 \cotg b = 1,2, \text{ v } \mathbb{R};$$

Řešte v dané množině zadanou rovnicí:

$$5.40 \quad 2 \sin \left(h + \frac{\pi}{3} \right) = \sqrt{2}, \text{ v } \mathbb{R}; \quad 5.45 \quad 2 \sin \left(\frac{m}{4} + \frac{5\pi}{6} \right) = -\sqrt{3}, \text{ v } \mathbb{R};$$

$$5.41 \quad 2 \cos \left(c - \frac{\pi}{6} \right) = -\sqrt{3}, \text{ v } \mathbb{R}; \quad 5.46 \quad 2 \cos \left(4v - \frac{2\pi}{3} \right) = -1, \text{ v } \langle 0; 2\pi \rangle;$$

$$5.42 \quad \sin \left(2s + \frac{2\pi}{3} \right) = 1, \text{ v } \mathbb{R}; \quad 5.47 \quad 2 \sin \left(\frac{g}{2} + \frac{3\pi}{4} \right) = 1, \text{ v } \langle 0; 2\pi \rangle;$$

$$5.43 \quad \sqrt{3} \operatorname{tg} \left(2r + \frac{\pi}{4} \right) = 3, \text{ v } \mathbb{R}; \quad 5.48 \quad 0,5 \sin \left(\frac{\pi}{4} t - \frac{\pi}{3} \right) = -0,25, \text{ v } \mathbb{R};$$

$$5.44 \quad \sqrt{3} \cotg \left(\frac{r}{3} - \frac{\pi}{12} \right) = -1, \text{ v } \mathbb{R}; \quad 5.49 \quad 2 \cos \left(3\pi t + \frac{\pi}{6} \right) = -\sqrt{2}, \text{ v } \mathbb{R};$$

Řešte v dané množině zadanou rovnicí:

- 5.50 $4\sin^2 x - 1 = 0, v \mathbb{R};$
- 5.51 $4\cos^2 b - 3 = 0, v \langle 0; 2\pi \rangle;$
- 5.52 $8\cos^2 n = 2, v \langle 0; 2\pi \rangle;$
- 5.53 $2\sin^2 g - 1 = 0, v \langle 0; 2\pi \rangle;$
- 5.54 $4\cos^2 p - 2 = 0, v \mathbb{R};$
- 5.55 $12\sin^2 y = 9, v \mathbb{R};$
- 5.56 $\operatorname{tg}^2 v - 1 = 0, v \mathbb{R};$
- 5.57 $\operatorname{cotg}^2 j - 1 = 0, v \mathbb{R};$
- 5.58 $2\sin^2 a + \sin a = 0, v \mathbb{R};$
- 5.59 $2\cos^2 f = \cos f, v \mathbb{R};$
- 5.60 $\sqrt{3}\operatorname{tg}^2 s - \operatorname{tg} s = 0, v \mathbb{R};$
- 5.61 $\sqrt{3}\operatorname{cotg}^2 l + \operatorname{cotg} l = 0, v \mathbb{R};$
- 5.62 $2\sin^2 z + \sin z = 1, v \mathbb{R};$
- 5.63 $2\cos^2 t - \cos t - 1 = 0, v \mathbb{R};$
- 5.64 $\sin^2 y + \sin y = 2, v \mathbb{R};$
- 5.65 $2\sqrt{2}\sin^2 r + (\sqrt{2} - 2) \cdot \sin r = 1, v \mathbb{R};$
- 5.66 $2\sqrt{2}\cos^2 c - \sqrt{2}\cos c = 1 - 2\cos c, v \mathbb{R};$
- 5.67 $4\cos d + 2\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{\cos d} + 2, v \mathbb{R};$
- 5.68 $4\sin m + \frac{\sqrt{3}}{\sin m} = -2\sqrt{3} - 2, v \mathbb{R};$
- 5.69 $2\cos p - \frac{\sqrt{2}}{2\cos p} = 1 - \sqrt{2};$
- 5.70 $\sqrt{3}\operatorname{tg}^2 w - 2\operatorname{tg} w - \sqrt{3} = 0, v \mathbb{R};$
- 5.71 $\sqrt{3}\operatorname{cotg}^2 s + 2\operatorname{cotg} s - \sqrt{3} = 0, v \mathbb{R};$
- 5.72 $4\sin p - 3 = \frac{6}{\sin p} + 2(\sin p - 1), v \mathbb{R};$
- 5.73 $\cos x - 4 + \frac{2}{\cos x} = 1 - \cos x, v \mathbb{R};$
- 5.74 $\sqrt{3} - 1 = \frac{\sqrt{3}}{\operatorname{tg} l} - \operatorname{tg} l, v \mathbb{R};$
- 5.75 $\sqrt{3}\operatorname{cotg} x - 1 = \frac{1}{\operatorname{cotg} x} - \sqrt{3}, v \mathbb{R};$
- 5.76 $4\sin^2 u \cdot (2 - \sin^2 u) = 3 + \sin^2 u, v \mathbb{R};$
- 5.77 $5\cos^2 a \cdot (\cos^2 a - 1) + 3(\cos^4 a + 1) = 5\cos^2 a, v \langle 0; 2\pi \rangle;$
- 5.78 $3 \cdot \left(\operatorname{tg}^2 y + 3 - \frac{1}{\operatorname{tg}^2 y} \right) = 1, v \mathbb{R};$
- 5.79 $3\operatorname{cotg}^2 d \cdot (\operatorname{cotg}^2 d - 2) + 3 = 2(1 - \operatorname{cotg}^2 d), v \mathbb{R}.$

Řešte v dané množině zadanou rovnicí:

- 5.80 $5\sin^2 y + \cos^2 y = 2, v \mathbb{R};$
- 5.81 $6\sin^2 t + 2\cos^2 t = 5, v \langle 0; 2\pi \rangle;$
- 5.82 $4\sin^2 q = 4 - 3\cos^2 q, v \mathbb{R};$
- 5.83 $3\cos^2 v = 5 - 7\sin^2 v, v \langle 0; 2\pi \rangle;$
- 5.84 $8\operatorname{tg}^2 r = \frac{5}{\cos^2 r} - 4, v \mathbb{R};$
- 5.85 $2 - \frac{1}{\sin^2 u} = 2\operatorname{cotg}^2 u, v \mathbb{R};$
- 5.86 $2\sin^2 a + 4\cos^2 a - 8\sin^2 a \cdot \cos^2 a = 1, v \mathbb{R};$
- 5.87 $8\sin^2 z \cdot \cos^2 z + 3 = 2(3\sin^2 z + 2\cos^2 z), v \mathbb{R}.$

Řešte v dané množině zadanou rovnicí:

- 5.88 $\frac{3}{2}\cos u = \sin^2 u, v \mathbb{R};$
- 5.89 $2\cos^2 t - \sin t = 1, v \mathbb{R};$
- 5.90 $3(\cos a + \sin^2 a) = 3 + \sin^2 a, v \mathbb{R};$
- 5.91 $2\cos^2 v + 1 = \sqrt{3}\sin v, v \langle 0; 2\pi \rangle;$
- 5.92 $2(\sin^2 k - \cos k) = \cos k, v \langle 0; 2\pi \rangle;$
- 5.93 $2\sqrt{2}(\sin^2 c - 1) = (\sqrt{2} - 2) \cdot \cos c - 1, v \mathbb{R};$

5.94 $4(\cos^2 q - 1) - 2(1 + \sqrt{3}) \cdot \sin q = \sqrt{3}$, v \mathbb{R} ;

5.95 $4\sin^2 h + \sqrt{6} - 4 = 2(\sqrt{2} - \sqrt{3}) \cdot \cos h$, v \mathbb{R} ;

5.96 $\frac{\cos x - 4\sin^2 x}{2\cos x + 1} = \sqrt{2} - \frac{\cos x + 4}{2\cos x + 1}$, v \mathbb{R} .

Řešte v dané množině zadanou rovnicí:

5.97 $\sin n - \cos n = 0$, v \mathbb{R} ;

5.98 $\sin j - \cos j = 1$, v \mathbb{R} ;

5.99 $\sin p + \cos p = 1$, v $\langle 0; 2\pi \rangle$;

5.100 $\sqrt{3}\sin a + \cos a = 1$, v $\langle 0; 2\pi \rangle$;

5.101 $\sin u + \sqrt{3}\cos u = 1$, v \mathbb{R} ;

5.102 $\sqrt{3}\sin z + 3\cos z = \sqrt{6}$, v \mathbb{R} ;

5.103 $\sqrt{3}\sin o + \cos o = \sqrt{2}$, v \mathbb{R} ;

5.104 $2\sin s + 2\cos s = \sqrt{6}$, v \mathbb{R} ;

5.105 $\sin w - \sqrt{3}\cos w = 1$, v \mathbb{R} ;

5.106 $\sin r - \sqrt{3}\cos r = \sqrt{2}$, v \mathbb{R} ;

5.107 $\sqrt{3}\sin b - \cos b = \sqrt{2}$, v \mathbb{R} ;

5.108 $\sqrt{2}\sin g - \sqrt{2}\cos g = -1$, v \mathbb{R} ;

5.109 $-\sqrt{3}\sin l - \cos l = 2$, v \mathbb{R} ;

5.110 $3\cos y - \sqrt{3}\sin y = 3$, v \mathbb{R} .

Řešte v dané množině zadanou rovnicí:

5.111 $\sin 2p + \cos p = 0$, v \mathbb{R} ;

5.112 $\sin 2j - \sqrt{3}\cos j = 0$, v \mathbb{R} ;

5.113 $\sin 2q + \sqrt{2}\cos q = 0$, v $\langle 0; 2\pi \rangle$;

5.114 $\cos u = \sin 2u$, v $\langle 0; 2\pi \rangle$;

5.115 $\cos 2x + \sin x = 0$, v $\langle 0; 2\pi \rangle$;

5.116 $2\cos 2r + 2\sin r = -\sqrt{2}$, v $\langle 0; 2\pi \rangle$;

5.117 $\sin t + \sin 2t = \sin 3t$, v \mathbb{R} ;

5.118 $\cos 2n - \sin^2 n = \frac{3}{2}\cos n - \frac{1}{2}$, v \mathbb{R} ;

5.119 $\sin^3 d + \cos^3 d = 1 - \frac{1}{2}\sin 2d$, v \mathbb{R} ;

5.120 $\sin 2u - (2 + \sqrt{3}\cos u) \cdot \cos u = \sqrt{3} \cdot (\sin x - 1) \cdot \sin u$, v \mathbb{R} ;

5.121 $\sin^2 z \cdot (\sin z - \sqrt{3}\cos z) + \sqrt{3}\left(1 - \frac{1}{4}\cos z\right) = \sqrt{3} - \frac{\sin z}{4}$, v \mathbb{R} ;

5.122 $\sin r \cdot (\cos^2 r - 1) + \frac{3}{4}\sin 2r = 1 - \cos r \cdot \left(\cos r + \frac{3}{2}\right)$, v \mathbb{R} ;

5.123 $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 q}{1 + \operatorname{tg}^2 q} = 2\cos 2q$, v \mathbb{R} ;

5.124 $\operatorname{tg} y - \operatorname{cotg} y = 0$, v \mathbb{R} ;

5.125 $\operatorname{tg} m + \operatorname{cotg} m = 0$, v \mathbb{R} ;

5.126 $\sqrt{3}\operatorname{tg} c + 2\sin c = 0$, v \mathbb{R} ;

5.127 $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$, v \mathbb{R} ;

$$5.128 \quad \sin\left(s + \frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(s - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}, v \mathbb{R};$$

$$5.129 \quad \sin\left(q - \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(q + \frac{\pi}{6}\right) = -\sqrt{3}, v \mathbb{R};$$

$$5.130 \quad \sin\left(m + \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(m - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}, v \mathbb{R};$$

$$5.131 \quad \cos\left(\frac{\pi}{3} + v\right) + \cos\left(v - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}, v \mathbb{R};$$

$$5.132 \quad \cos\left(b - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(b + \frac{\pi}{4}\right) = -1, v \mathbb{R};$$

$$5.133 \quad \operatorname{tg} n - 2 \sin 2n = 0, v \mathbb{R};$$

$$5.134 \quad \operatorname{cotg} r - 2 \sin 2r = 0, v \mathbb{R};$$

$$5.135 \quad \sin^2 \frac{t}{2} - \cos^2 \frac{t}{2} = \frac{1}{2}, v \mathbb{R};$$

$$5.136 \quad \sin^2 \frac{w}{2} + \cos w = 0, v \mathbb{R};$$

$$5.137 \quad \sin^2 \frac{l}{2} - \frac{1}{2} \cos l = 0, v \mathbb{R};$$

$$5.138 \quad 2 \sin^2 \frac{f}{2} - 3 \cos f = 2\sqrt{3} + 1, v \mathbb{R};$$

$$5.139 \quad 2 \sin^2 \frac{v}{2} - 2\sqrt{2} - 1 = 3 \cos v, v \mathbb{R};$$

$$5.140 \quad \sin \frac{y}{2} - \cos y = 0, v \mathbb{R};$$

$$5.141 \quad \sin \frac{a}{2} + \cos a = 1, v \mathbb{R};$$

$$5.142 \quad \cos \frac{o}{2} - \sin o = 0, v \mathbb{R};$$

$$5.143 \quad \cos \frac{v}{2} + \sin v = 0, v \mathbb{R};$$

$$5.144 \quad \cos^2 \frac{b}{2} + \cos b = 2, v \mathbb{R};$$

$$5.145 \quad 2 \cos^2 \frac{x}{2} - 3 \cos b = 2, v \mathbb{R};$$

$$5.146 \quad 2 \cos^2 \frac{m}{2} - 5 \cos b - 1 = 2\sqrt{3}, v \mathbb{R};$$

$$5.147 \quad 4 \sin^2 a + \sin^2 2a = 3, v \mathbb{R}.$$

6. Goniometrické nerovnice

Řešte v dané množině zadanou nerovnicí:

$$6.1 \quad \sin t < \frac{\sqrt{2}}{2}, v \langle 0; 2\pi \rangle;$$

$$6.11 \quad \operatorname{tg} b > \frac{\sqrt{3}}{3}, v \mathbb{R};$$

$$6.2 \quad \cos f \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ v } \langle 0; 2\pi \rangle;$$

$$6.3 \quad \operatorname{tg} y \leq \sqrt{3}, \text{ v } \langle 0; \pi \rangle;$$

$$6.4 \quad \operatorname{cotg} z < 1, \text{ v } \langle 0; \pi \rangle;$$

$$6.5 \quad \sin a < \frac{1}{2}, \text{ v } \mathbb{R};$$

$$6.6 \quad \cos m \geq \frac{1}{2}, \text{ v } \mathbb{R};$$

$$6.7 \quad \sin q > -\frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ v } \mathbb{R};$$

$$6.8 \quad \cos s \leq -\frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ v } \mathbb{R};$$

$$6.9 \quad \sin v \leq 1, \text{ v } \mathbb{R};$$

$$6.10 \quad \cos p > -1, \text{ v } \mathbb{R};$$

$$6.12 \quad \operatorname{cotg} w \leq \sqrt{3}, \text{ v } \mathbb{R};$$

$$6.13 \quad \operatorname{tg} j < -1, \text{ v } \mathbb{R};$$

$$6.14 \quad \operatorname{cotg} r \leq -\frac{\sqrt{3}}{3}, \text{ v } \mathbb{R};$$

$$6.15 \quad \sin 5x \geq \frac{1}{2}, \text{ v } \mathbb{R};$$

$$6.16 \quad \cos \frac{d}{3} < -\frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ v } \mathbb{R};$$

$$6.17 \quad \sin \frac{l}{6} < \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ v } \mathbb{R};$$

$$6.18 \quad \cos 7n \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ v } \mathbb{R};$$

$$6.19 \quad \operatorname{tg} 10h \geq -1, \text{ v } \mathbb{R};$$

$$6.20 \quad \operatorname{cotg} \frac{h}{4} \geq 1, \text{ v } \mathbb{R}.$$

Řešte v dané množině zadanou nerovnici:

$$6.21 \quad \sin p \cdot \cos p < 0, \text{ v } \mathbb{R};$$

$$6.22 \quad \sin w \cdot \cos 2w \geq 0, \text{ v } \mathbb{R};$$

$$6.23 \quad \sin 4b \cdot \cos b \leq 0, \text{ v } \mathbb{R};$$

$$6.24 \quad \sin 2n > \sin n, \text{ v } \mathbb{R};$$

$$6.25 \quad \sin 2r \leq \cos r, \text{ v } \mathbb{R}.$$

Řešte v dané množině zadanou nerovnici:

$$6.26 \quad 4 \sin^2 n \leq 1, \text{ v } \langle 0; 2\pi \rangle;$$

$$6.27 \quad 4 \cos^2 b > 3, \text{ v } \mathbb{R};$$

$$6.28 \quad 2 \cos^2 p + \cos p > 1, \text{ v } \mathbb{R};$$

$$6.31 \quad 2(\sqrt{2} - \sin y) > \sqrt{2}(2 \cos^2 y - \sin y) + 1, \text{ v } \mathbb{R};$$

$$6.32 \quad \sqrt{3}(2 \cos u - 1) + 4 \leq 2(2 \sin^2 u + \cos u), \text{ v } \mathbb{R};$$

$$6.33 \quad 4(\sin^2 x - |\cos x|) < 1, \text{ v } \mathbb{R};$$

$$6.34 \quad \frac{5 - 4(\sin^2 q + \cos q)}{\cos q} \leq 0, \text{ v } \mathbb{R}.$$

$$6.29 \quad \operatorname{tg}^2 a + \operatorname{tg} a \geq \sqrt{3}(1 + \operatorname{tg} a), \text{ v } \mathbb{R};$$

$$6.30 \quad \sqrt{3} \cdot \operatorname{cotg}^2 r + 2 \operatorname{cotg} r < \sqrt{3}, \text{ v } \langle 0; 2\pi \rangle;$$

6.35 Pro které hodnoty x a) z intervalu $\langle 0; 2\pi \rangle$, b) z množiny reálných čísel jsou funkční hodnoty funkce sinus z intervalu $\left\langle \frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2} \right\rangle$?

6.36 Pro které hodnoty x a) z intervalu $\langle 0; 2\pi \rangle$, b) z množiny reálných čísel jsou funkční hodnoty funkce kosinus z intervalu $\left\langle \frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2} \right\rangle$?

6.37 Pro které hodnoty x a) z intervalu $\langle 0; \pi \rangle$, b) z množiny reálných čísel jsou funkční hodnoty funkce tangens z intervalu $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}; \sqrt{3} \right)$?

6.38 Pro které hodnoty x a) z intervalu $\langle 0; \pi \rangle$, b) z množiny reálných čísel jsou funkční hodnoty funkce kotangens z intervalu $\langle -\sqrt{3}; 1 \rangle$?

7. Trigonometrie

7.1 Vypočtěte úhel, který svírá kratší strana obdélníka s jeho úhlopříčkou. Délky stran obdélníka jsou 50 cm a 90 cm.

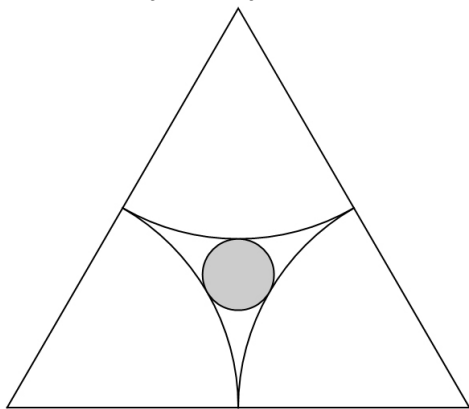
7.2 Záhon má tvar rovnoramenného lichoběžníku se sklonem ramen 70° a jejich délkou 3 m. Oč se liší délky základů tohoto lichoběžníku?

7.3 Desetiúhelník ABCDEFGHIJ je vepsán do kružnice o poloměru 10 cm. Určete délku lomené čáry ABCDE.

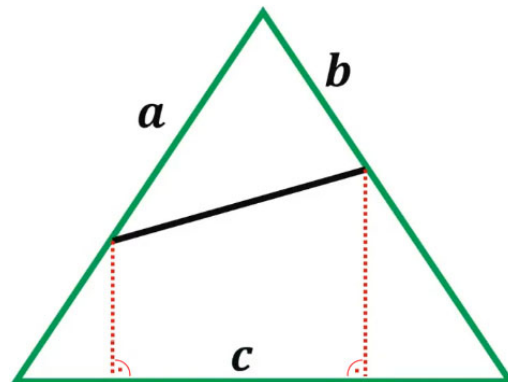
7.4 Rovnoramenný trojúhelník má délku základny 15 cm a úhel, který svírá rameno se základnou, je $57^\circ 21'$. Určete délky ramene a výšky na základnu tohoto trojúhelníku.

7.5 Jaký je poloměr kruhu zobrazeného na obr. 1, jestliže délka strany rovnostranného trojúhelníka je a ?

7.6 Část strany v rovnostranném trojúhelníku má délku $c = 75$ mm. Čemu je roven součet délek úseků a a b ve stejném trojúhelníku zobrazeném na obr. 2?



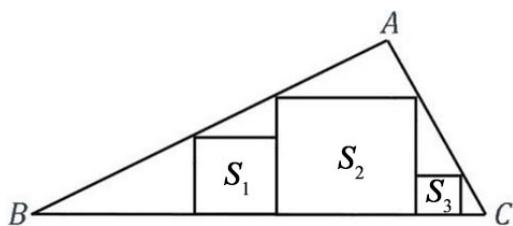
obr. 1



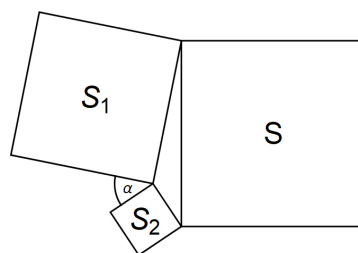
obr. 2

7.7 Určete velikost úhlu BAC, jestliže $S_1 = 4 \text{ j}^2$, $S_2 = 9 \text{ j}^2$ a $S_3 = 1 \text{ j}^2$ (viz obr. 3).

7.8 Určete obsah největšího čtverce, jestliže $S_1 = 8 \text{ j}$, $S_2 = 1 \text{ j}$ a $\alpha = 45^\circ$ (viz obr. 4)..



obr. 3



obr. 4

7.9 Vyřešte trojúhelník UFO, je-li (při standardním značení) dáno: $u = 7$ cm, $f = 5$ cm a $o = 10$ cm.

7.10 Vyřešte trojúhelník DEN, je-li (při standardním značení) dáno: $d = 8$ cm, $e = 4$ cm a $n = 13$ cm.

7.11 Vyřešte trojúhelník ABC, je-li (při standardním značení) dáno: $a = 15$ cm, $b = 12$ cm a $\alpha = 35^\circ 42'$.

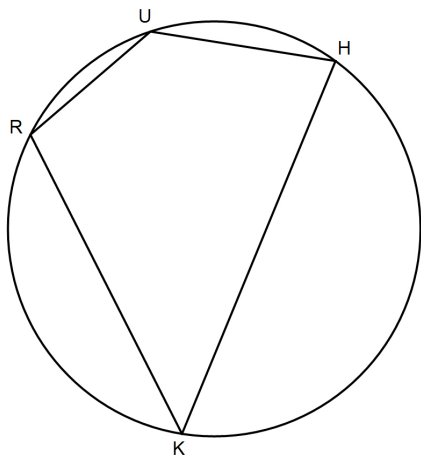
7.12 Vyřešte trojúhelník LOH, je-li (při standardním značení) dáno: $l = 6$ cm, $h = 5$ cm a $\beta = 72^\circ 18'$.

7.13 Vyřešte trojúhelník KLM, je-li (při standardním značení) dáno: $k = 11$ cm, $\alpha = 25^\circ 22'$ a $\beta = 92^\circ 38'$.

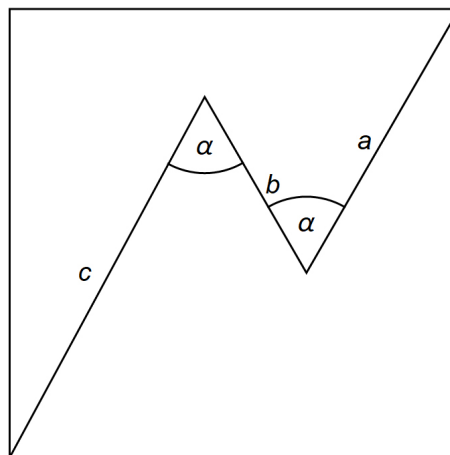
7.14 Jarda šel na procházku. Nejdříve šel 1 km východním směrem, pak 1 km severovýchodním směrem a nakonec další 1 km východně. Jak daleko od místa začátku své cesty nyní byl?

7.15 Určete poloměr kružnice, jestliže $|RU| = 5\sqrt{2}$ j, $|UH| = 7$ j, a $|\sphericalangle RKH| = 45^\circ$ (viz obr. 5).

7.16 Vypočítejte obsah čtverce zobrazeného na obr. 6, jestliže $a = 3$ j, $b = 2$ j, $c = 4$ j a $\alpha = 60^\circ$.



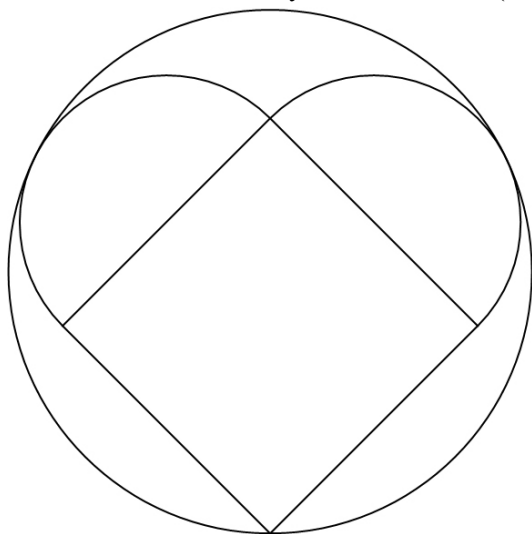
obr. 5



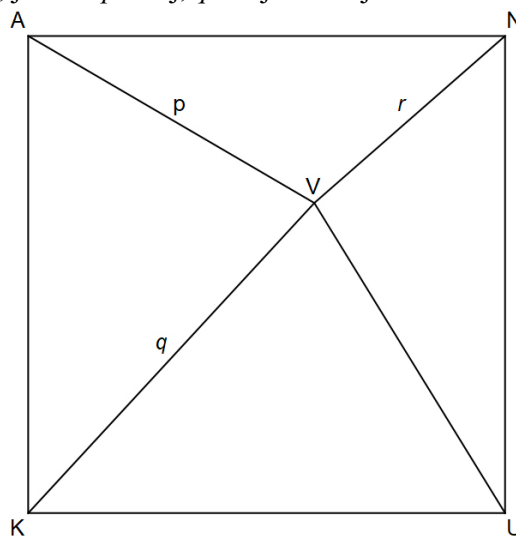
obr. 6

7.17 Útvar na obr. 7 je ohraničen čtvercem o straně délky a , dvěma půlkružnicemi a jednou kružnicí. Určete poloměr velké kružnice.

7.18 Určete délku strany čtverce KUNA (viz obr. 8), jestliže $p = 5$ j, $q = 6$ j a $r = 4$ j.



obr. 7



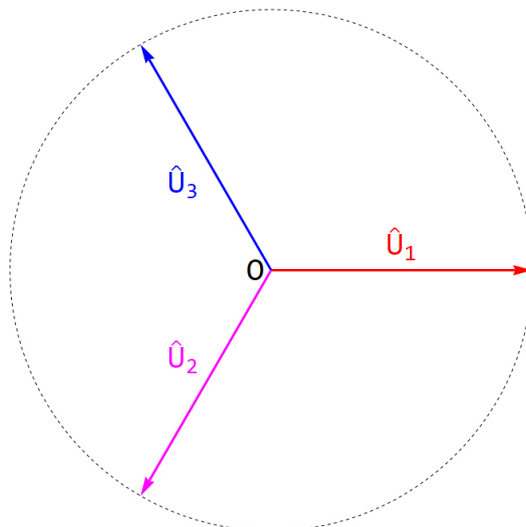
obr. 8

7.19 Pod jakým zorným úhlem vidíme na noční obloze Měsíc v úplňku? Vzdálenost středu Měsíce od středu Země je 384400 km, rovníkový poloměr Země je 6378 km a rovníkový průměr Měsíce je 3474 km.

7.20 V přímém úseku řeky proudí voda rychlostí o velikosti $4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Plavec, který chce řeku přeplavat, plave v klidné vodě rychlostí o velikosti $1,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Vypočítejte velikost rychlosti plavce vzhledem ke břehu, jestliže plave směrem, který svírá se břehy řeky úhel 40° . Jak je řeka široká, jestliže plavec přeplave na druhou stranu řeky za minutu a půl? O kolik metrů byl plavec unesen proudem? Jakou celkovou dráhu plavec vůči břehu urazil?

7.21 Na obr. 9 jsou zobrazeny tři tzv. fázory popisující fázové napětí (tj. amplitudy tři navzájem vůči sobě posunutých průběhů střídavého napětí). Každý z fázorů má velikost 230 V. Určete velikost

fáзору U_{12} , který je definován vztahem $U_{12} = U_1 - U_2$ a který představuje tzv. sdružené napětí.



obr. 9

7.22 Pozorovatel vidí z pozorovatelny ve výšce 25 m nad zemí vrchol budovy vzdálené 250 metrů od pozorovatelny ve výškovém úhlu 11° . Jak vysoká je budova?

7.23 Turista stojí 50 m od stožáru a vidí jeho vrchol ve výškovém úhlu $16^\circ 42'$. Pak se začne pohybovat konstantní rychlostí po přímé cestě ke stožáru, projde kolem něj a pokračuje dále. Po minutě chůze zastaví, otočí se a zjistí, že vrchol stožáru vidí nyní ve výškovém úhlu $30^\circ 58'$. Jakou vzdálenost turista ušel? Jak velkou rychlostí se pohyboval?

7.24 Na břehu řeky stojí 100 m vysoká rozhledna. Z jejího vrcholu je vidět letadlo letící ve výšce 2500 m nad hladinou řeky ve výškovém úhlu 53° a loďku, která je blíže k rozhledně, na hladině vody v řece. Jak daleko je loďka od břehu, na němž stojí rozhledna, jestliže pilot vidí loďku v hloubkovém úhlu 61° ?

7.25 Z vrcholu věže vysoké 100 m je pozorován stožár umístěný na střeše domu vysokého 10 m. Jaká je výška stožáru, je-li jeho vrchol vidět v hloubkovém úhlu 29° a jeho pata v hloubkovém úhlu 31° ? Jak daleko stojí rozhledna od stožáru?

7.26 Z vícepatrového domu je vidět řeku, která teče těsně vedle domu, ze dvou nad sebou umístěných oken v hloubkových úhlech 20° a 14° . Svislá vzdálenost oken je 3 m. Určete šířku řeky a výšku níže položeného okna nad zemí.

7.27 Z vrcholu kopce byl zaměřen vrchol památného stromu v hloubkovém úhlu $19^\circ 57'$. Vrchol kopce je přitom o 48 m výš než vrchol stromu. Vichřice pak strom zlomila, a proto je nyní ze stejného místa vidět vrchol pahýlu v hloubkovém úhlu $21^\circ 51'$. Jak daleko od místa pozorovatele na vrcholu kopce byl původní vrchol stromu? O kolik metrů je strom nyní kratší?

7.28 Dispečer přístavu sleduje z přístavní věže ve výšce 60 m nad hladinou vody loď plující přímo k přístavní věži. V prvním okamžiku jí vidí v hloubkovém úhlu $18^\circ 35'$ a později v hloubkovém úhlu o $9^\circ 45'$ větším. Jakou dráhu urazila loď mezi popsány měřeními? Jak daleko je nyní od přístavní věže?

7.29 Na vrcholu 350 m vysokého kopce stojí rozhledna. Z místa, které se nachází na úrovni základny kopce a které je vzdáleno 600 m od průmětu paty rozhledny na základní úroveň, je vidět rozhlednu pod úhlem 7° . Jak vysoká je rozhledna?

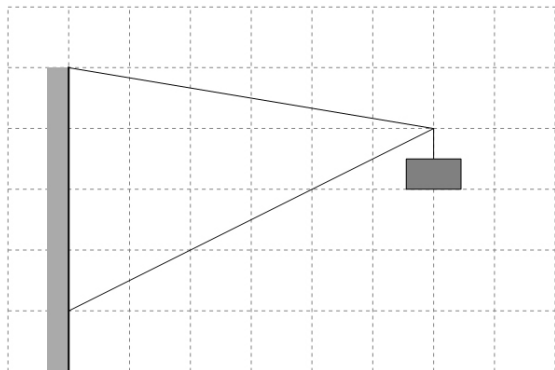
7.30 Hlídka policie sleduje silnici u přímé topolové aleje. Hlídka je od silnice vzdálena 40 m, přičemž stojí ve vzdálenosti 50 m od prvního stromu aleje. Jak je dlouhá alej, jestliže ji hlídka vidí v zorném úhlu 112° ?

7.31 Stanová tyč má délku 3 m a je držena lanem délky 4 m tak, že lano je ukotveno 2 m od místa

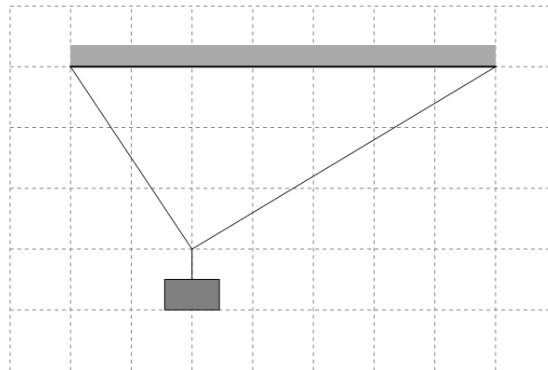
zaražení tyče do země. Jaký úhel svírá lano s vodorovnou zemí, na které stan stojí? Tyč nestojí svisle a lano, tyč a spojnice konce tyče a lana leží v jedné rovině.

7.32 Ozdobná lampa o hmotnosti 5 kg je zavěšena na konstrukci zobrazené na obr. 10. Jak velkými silami je namáhán každý z nosníků?

7.33 Květináč s květinami o celkové hmotnosti 4 kg je zavěšen na dvou lankách zavěšených na skobách ve stropě (viz obr. 11). Jak velkými silami je každé z lanek namáháno?



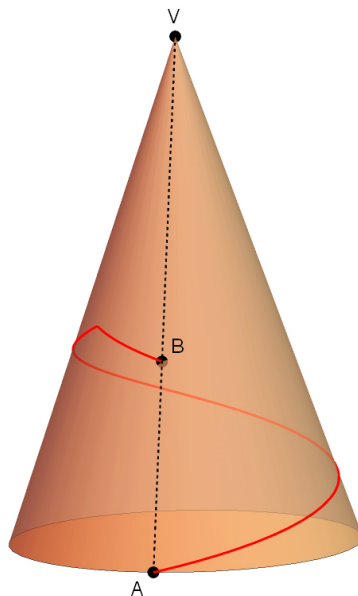
obr. 10



obr. 11

7.34 Mezi dvěma okraji rokle je napnuté lano. Ve čtvrtině délky lana stojí člověk o hmotnosti 80 kg a lano je v tom místě prověšené o 1 metr. Určete velikosti sil, kterými jsou napínány obě části lana, má-li zatížené lano délku 20 m.

7.35 Petr a Pavel táhnou společně vozík o hmotnosti 15 kg tak, že jej drží v jednom místě. Na vozíku je náklad o hmotnosti 50 kg. Vozík se pohybuje se zrychlením o velikosti $0,25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Petr na vozík působí silou, která svírá se směrem pohybu vozíku úhel $25^\circ 36'$ a má velikost 22 N. Určete velikost a směr síly, kterou na vozík působí Pavel. Obě síly, kterými na vozík působí kluci, leží ve vodorovné rovině. Odporovou sílu vzduchu a sílu valivého tření kol vozíku na podložce zanedbejte.



obr. 12

7.36 Na svahu, který svírá s vodorovnou rovinou úhel 15° , je postavená svisle tyč délky 2 m. Slunce se nachází 68° nad obzorem ve stejné rovině, ve které leží tyč a směr největšího klesání svahu. Určete délku stínu tyče vrženého na svah v tomto směru.

7.37 Řešte úlohu 7.36 pro případ, že tyč je do svahu zapíchnutá vodorovně.

7.38 Řešte úlohu 7.36 pro případ, že tyč je umístěna kolmo ke svahu.

Turista vyšel z bodu A na kopci ve tvaru rotačního kužele o poloměru 200 m a došel do bodu B, který se nachází na stejné spádnicí jako bod A ve vzdálenosti 100 m od bodu A (viz obr. 12). Jakou vzdálenost turista ušel? Jakou vzdálenost ušel do kopce? Délka spádnice kopce je 600 m.

Řešení**1. Úhly**

1.1	$\frac{\pi}{6}$;	1.5	$\frac{\pi}{10}$;	1.9	$\frac{2\pi}{5}$;	1.13	$\frac{5\pi}{4}$;	1.17	$\frac{4\pi}{3}$;
1.2	$\frac{\pi}{10}$;	1.6	$\frac{\pi}{2}$;	1.10	$\frac{2\pi}{3}$;	1.14	$\frac{5\pi}{6}$;	1.18	$\frac{22\pi}{15}$;
1.3	$\frac{\pi}{4}$;	1.7	$\frac{2\pi}{15}$;	1.11	$\frac{4\pi}{5}$;	1.15	$\frac{3\pi}{4}$;	1.19	$\frac{11\pi}{10}$;
1.4	$\frac{\pi}{15}$;	1.8	$\frac{\pi}{3}$;	1.12	$\frac{4\pi}{15}$;	1.16	$\frac{11\pi}{6}$;	1.20	$\frac{7\pi}{6}$;
1.21	9° ;	1.25	15° ;	1.29	234° ;	1.33	255° ;	1.37	22° ;
1.22	315° ;	1.26	66° ;	1.30	330° ;	1.34	70° ;	1.38	324° ;
1.23	108° ;	1.27	48° ;	1.31	99° ;	1.35	150° ;	1.39	92° ;
1.24	5° ;	1.28	35° ;	1.32	240° ;	1.36	95° ;	1.40	243° .

2. Hodnoty goniometrických funkcí

2.1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$;	2.3	$-\frac{1}{2}$;	2.5	$\frac{\sqrt{2}}{2}$;	2.7	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$;	2.9	$-\frac{1}{2}$;
2.2	$\frac{\sqrt{2}}{2}$;	2.4	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$;	2.6	$\frac{1}{2}$;	2.8	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$;	2.10	0;
2.11	$\frac{\sqrt{2}}{2}$;	2.13	$\frac{\sqrt{3}}{2}$;	2.15	$-\frac{1}{2}$;	2.17	$\frac{1}{2}$;	2.19	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$;
2.12	-1;	2.14	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$;	2.16	$\frac{1}{2}$;	2.18	$-\frac{1}{2}$;	2.20	$\frac{\sqrt{3}}{2}$;
2.21	$\frac{1}{2}$;	2.23	$\frac{\sqrt{2}}{2}$;	2.25	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$;	2.27	0;	2.29	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$;
2.22	$-\frac{1}{2}$;	2.24	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$;	2.26	$\frac{\sqrt{2}}{2}$;	2.28	$-\frac{1}{2}$;	2.30	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$;
2.31	$\frac{\sqrt{2}}{2}$;	2.33	$\frac{\sqrt{3}}{2}$;	2.35	$-\frac{1}{2}$;	2.37	0;	2.39	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$;
2.32	$-\frac{1}{2}$;	2.34	$-\frac{1}{2}$;	2.36	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$;	2.38	$-\frac{1}{2}$;	2.40	-1;
2.41	$\frac{1}{2}$;	2.43	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$;	2.45	$\frac{\sqrt{2}}{2}$;	2.47	$\frac{\sqrt{3}}{2}$;	2.50	$\frac{\sqrt{3}}{2}$;

2.42	$\frac{\sqrt{2}}{2}$;	2.44	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$;	2.46	$-\frac{1}{2}$;	2.48	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$;	2.51	$-\frac{1}{2}$;
						2.49	1;	2.52	0;
2.53	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$;	2.55	$\frac{\sqrt{3}}{2}$;	2.57	$\frac{1}{2}$;	2.59	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$;		
2.54	$\frac{\sqrt{3}}{2}$;	2.56	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$;	2.58	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$;	2.60	$-\frac{1}{2}$;		
2.61	$-\sqrt{1-\alpha^2}$;								
2.62	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$;	2.64	-1;	2.68	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$;	2.70	-1;		
		2.65	$\sqrt{3}$;			2.71	0;		
2.63	$\frac{\sqrt{3}}{3}$;	2.66	$\sqrt{3}$;	2.69	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$;				
		2.67	-1;						
2.72	$-\sqrt{3}$;	2.75	$\frac{\sqrt{3}}{3}$;	2.79	1;	2.82	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$;		
2.73	$\sqrt{3}$;	2.76	1;	2.80	$\sqrt{3}$;	2.83	$\sqrt{3}$;		
2.74	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$;	2.77	$-\sqrt{3}$;	2.81	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$;				
		2.78	nelze;						
2.84	$\frac{\sqrt{3}}{3}$;	2.86	$\sqrt{3}$;	2.88	1;	2.90	$\frac{\sqrt{3}}{3}$;		
2.85	-1;	2.87	$\sqrt{3}$;	2.89	$\frac{\sqrt{3}}{3}$;	2.91	$\sqrt{3}$;		
2.92	$\frac{\sqrt{3}}{3}$;	2.94	1;	2.96	$-\sqrt{3}$;	2.98	nelze;		
		2.95	$\sqrt{3}$;	2.97	1;	2.99	$-\sqrt{3}$.		
2.93	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$;								

3. Goniometrické funkce

3.1	$D = \mathbb{R}$, $H = \langle 0; 2 \rangle$, viz obr. 13;	3.16	$D = \mathbb{R}$, $H = \langle -2; 0 \rangle$, viz obr. 28;
3.2	$D = \mathbb{R}$, $H = \langle -1; 3 \rangle$, viz obr. 14;	3.17	$D = \mathbb{R}$, $H = \langle -4; 2 \rangle$, viz obr. 29;
3.3	$D = \mathbb{R}$, $H = \langle -2; 2 \rangle$, viz obr. 15;	3.18	$D = \mathbb{R}$, $H = \langle 1; 3 \rangle$, viz obr. 30;
3.4	$D = \mathbb{R}$, $H = \langle -1; 5 \rangle$, viz obr. 16;	3.19	$D = \mathbb{R}$, $H = \langle -2, 5; 0, 5 \rangle$, viz obr. 31;
3.5	$D = \mathbb{R}$, $H = \langle -2; 0 \rangle$, viz obr. 17;	3.20	$D = \mathbb{R}$, $H = \langle -3; 1 \rangle$, viz obr. 32;
3.6	$D = \mathbb{R}$, $H = \langle -2; 4 \rangle$, viz obr. 18;	3.21	$D = \mathbb{R}$, $H = \langle 0; 2 \rangle$, viz obr. 33;
3.7	$D = \mathbb{R}$, $H = \langle -1; 3 \rangle$, viz obr. 19;	3.22	$D = \mathbb{R}$, $H = \langle -3; -1 \rangle$, viz obr. 34;
3.8	$D = \mathbb{R}$, $H = \langle -2; 1 \rangle$, viz obr. 20;	3.23	$D = \mathbb{R}$, $H = \langle -3; 1 \rangle$, viz obr. 35;

3.9 $D = \mathbb{R}$, $H = \langle -4; 0 \rangle$, viz obr. 21;

3.10 $D = \mathbb{R}$, $H = \langle -1; 3 \rangle$, viz obr. 22;

3.11 $D = \mathbb{R}$, $H = \langle 0; 3 \rangle$, viz obr. 23;

3.12 $D = \mathbb{R}$, $H = \langle -1; 2 \rangle$, viz obr. 24;

3.13 $D = \mathbb{R}$, $H = \langle -1; 3 \rangle$, viz obr. 25;

3.14 $D = \mathbb{R}$, $H = \langle 1; 3 \rangle$, viz obr. 26;

3.15 $D = \mathbb{R}$, $H = \langle -2; 2 \rangle$, viz obr. 27;

3.24 $D = \mathbb{R}$, $H = \langle -1; 1 \rangle$, viz obr. 36;

3.25 $D = \mathbb{R}$, $H = \langle 0; 2 \rangle$, viz obr. 37;

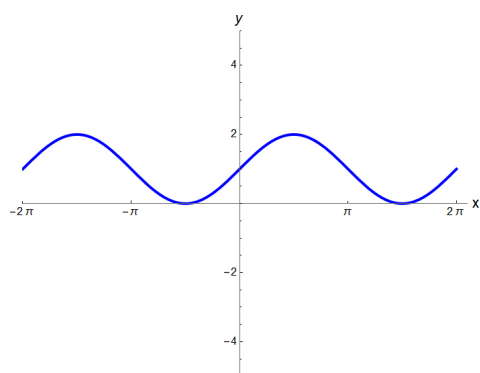
3.26 $D = \mathbb{R}$, $H = \langle -3; 1 \rangle$, viz obr. 38;

3.27 $D = \mathbb{R}$, $H = \langle -1; 3 \rangle$, viz obr. 39;

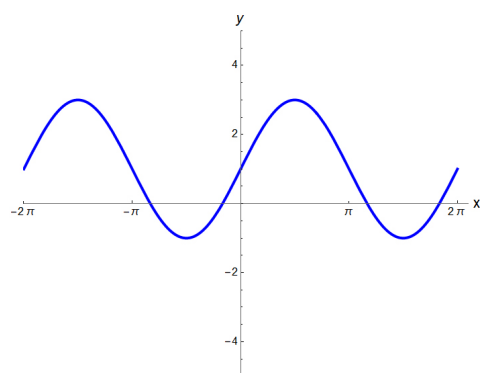
3.28 $D = \mathbb{R}$, $H = \langle -2; 4 \rangle$, viz obr. 40;

3.29 $D = \mathbb{R}$, $H = \langle 0; 3 \rangle$, viz obr. 41;

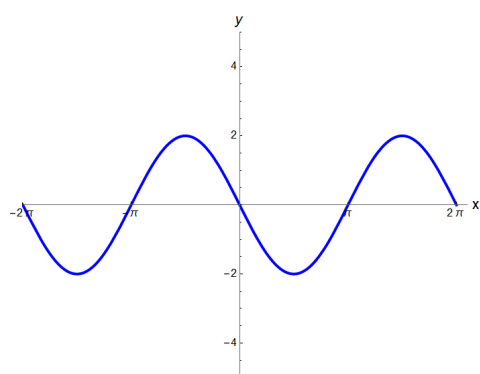
3.30 $D = \mathbb{R}$, $H = \langle -1; 1 \rangle$, viz obr. 42;



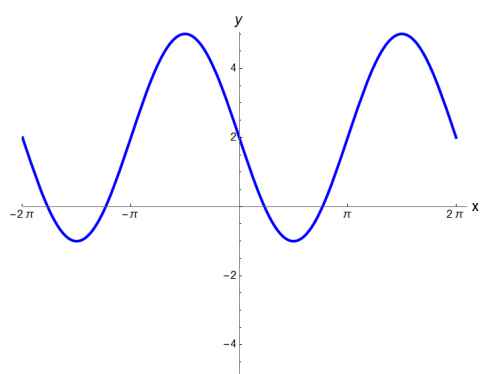
obr. 13



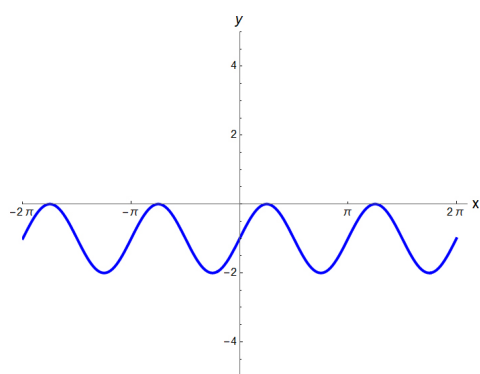
obr. 14



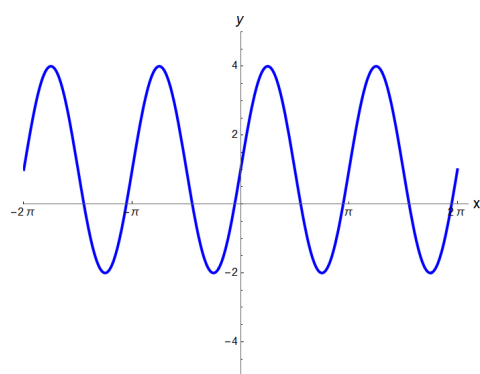
obr. 15



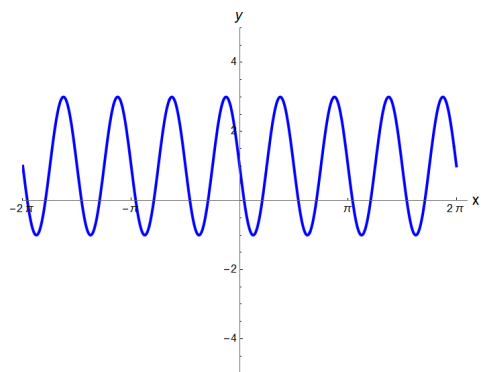
obr. 16



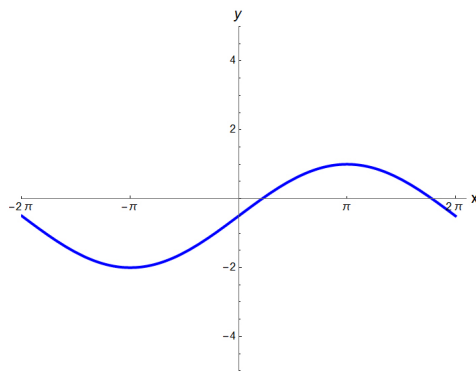
obr. 17



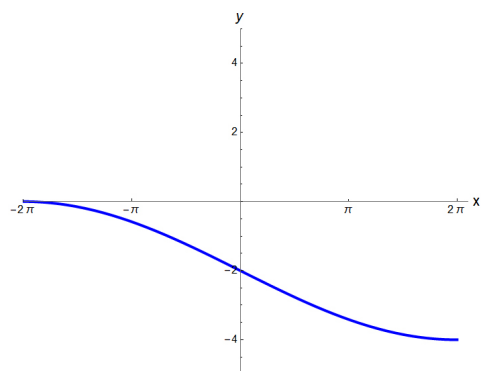
obr. 18



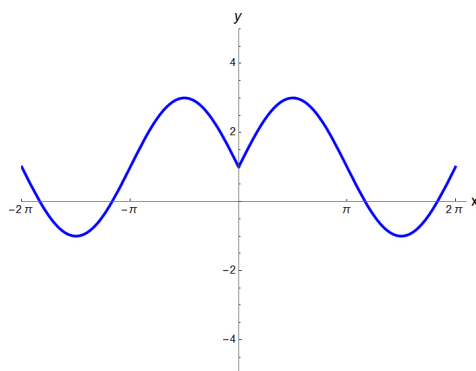
obr. 19



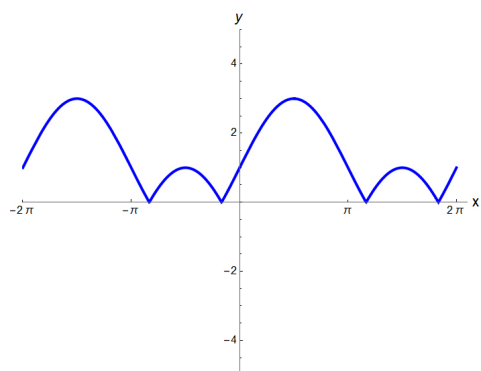
obr. 20



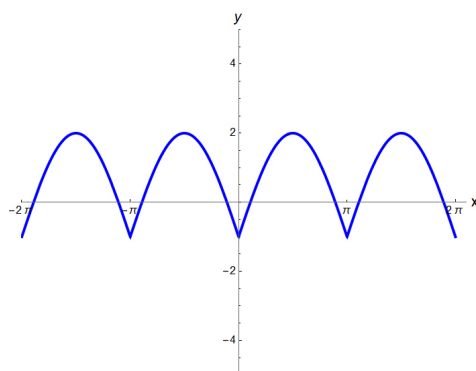
obr. 21



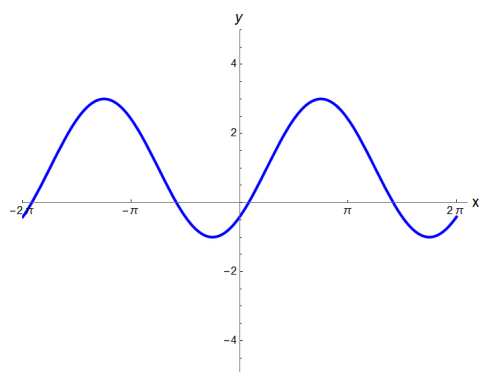
obr. 22



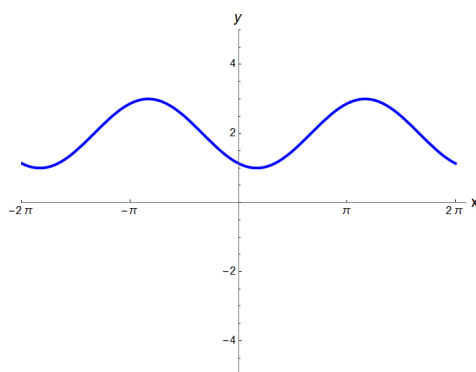
obr. 23



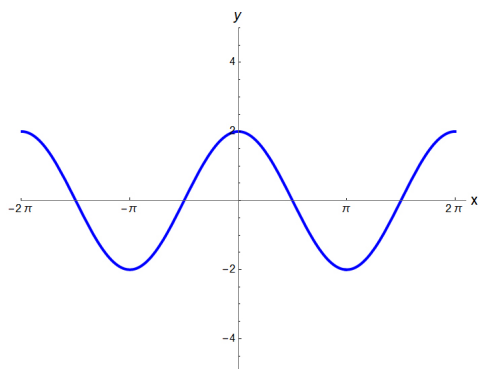
obr. 24



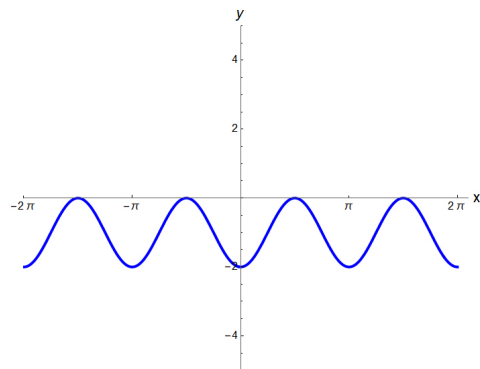
obr. 25



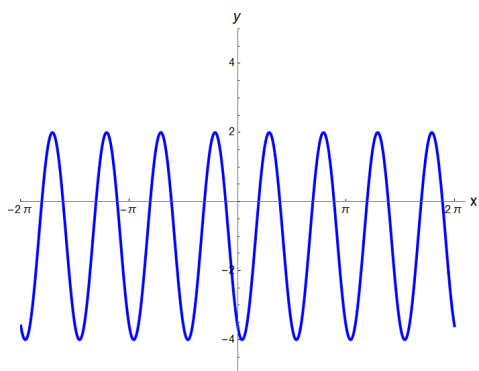
obr. 26



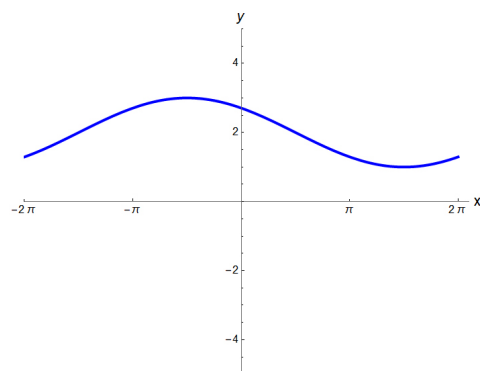
obr. 27



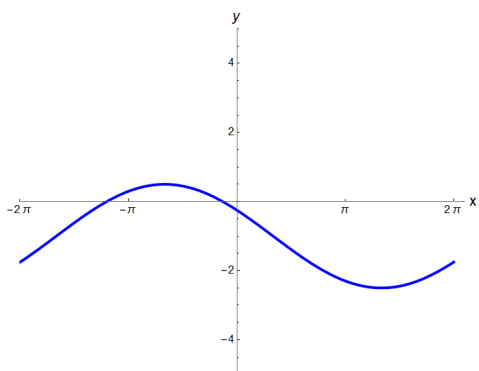
obr. 28



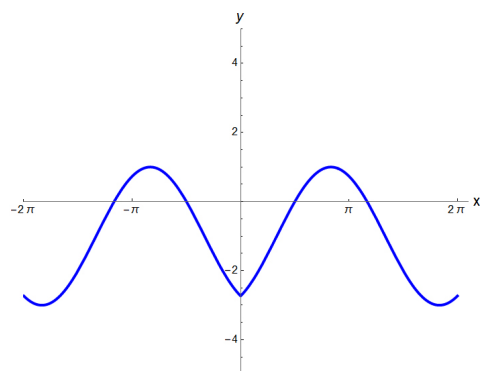
obr. 29



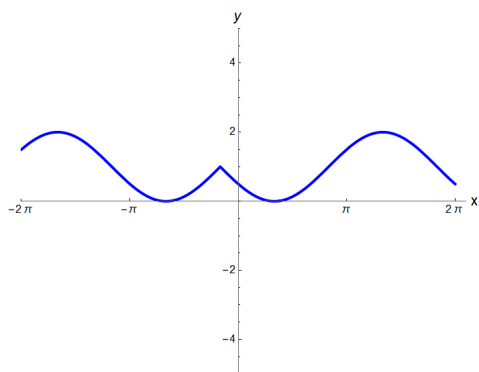
obr. 30



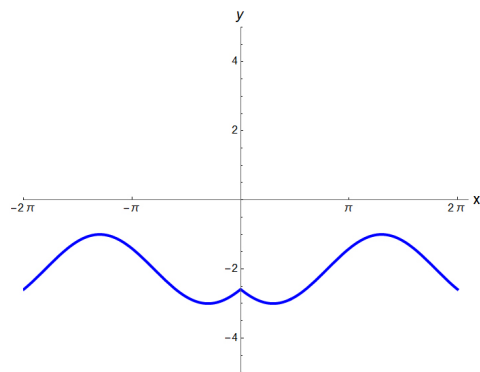
obr. 31



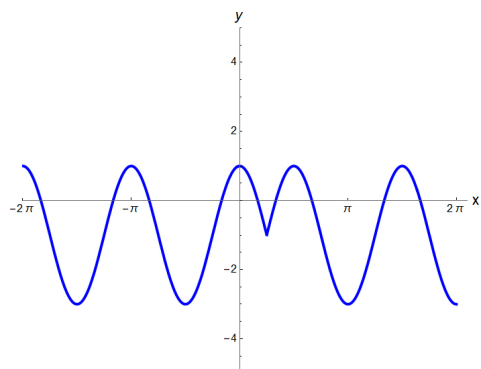
obr. 32



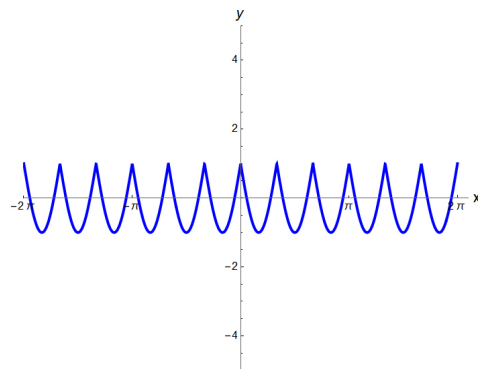
obr. 33



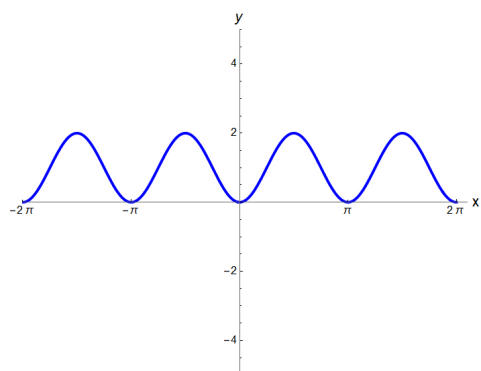
obr. 34



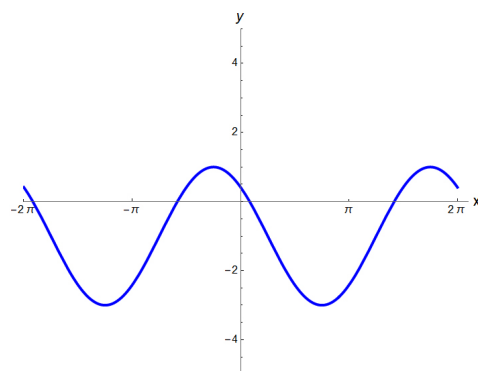
obr. 35



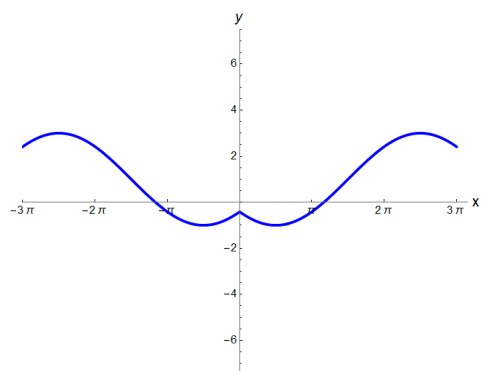
obr. 36



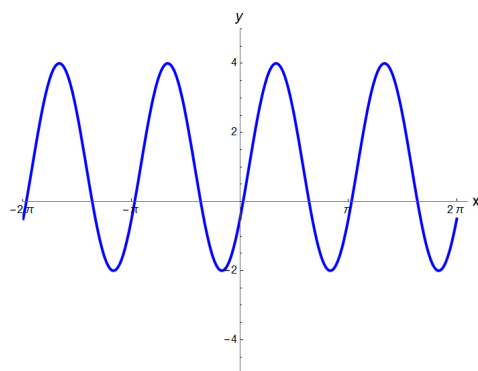
obr. 37



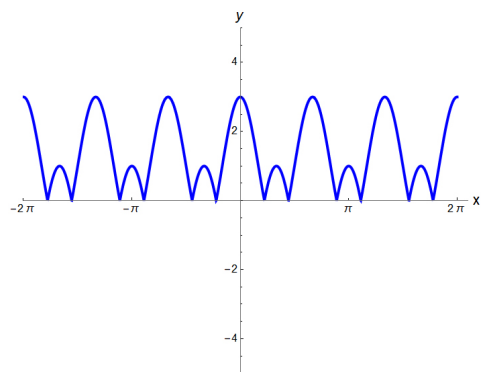
obr. 38



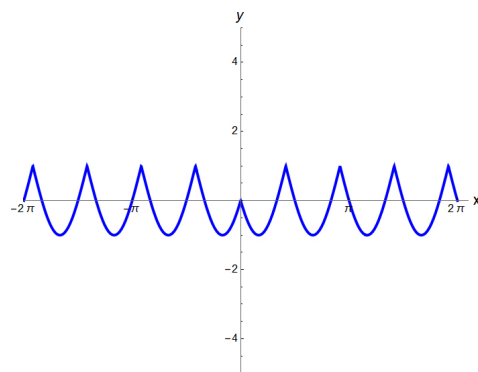
obr. 39



obr. 40



obr. 41



obr. 42

3.31 $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$, $H = \mathbb{R}$, viz obr. 43;

3.32 $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$, $H = \mathbb{R}$, viz obr. 44;

3.33 $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{4\pi}{3} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$, $H = \mathbb{R}$, viz obr. 45;

3.34 $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$, $H = \mathbb{R}$, viz obr. 46;

3.35 $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3\pi}{2} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$, $H = \mathbb{R}_0^+$, viz obr. 47;

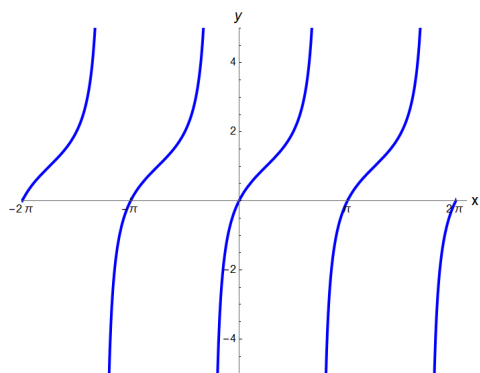
3.36 $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{2\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$, $H = \mathbb{R}$, viz obr. 48;

3.37 $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$, $H = \mathbb{R}$, viz obr. 49;

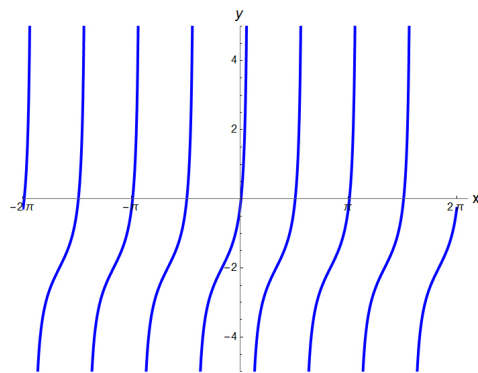
3.38 $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$, $H = \mathbb{R}_0^-$, viz obr. 50;

3.39 $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$, $H = \mathbb{R}$, viz obr. 51;

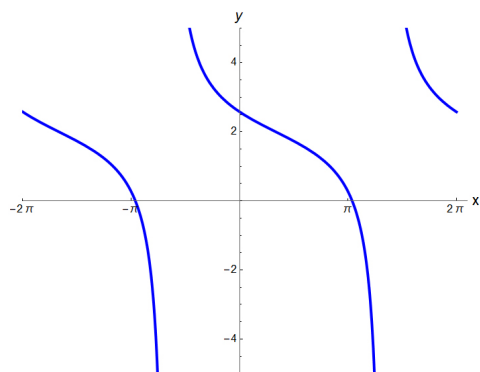
3.40 $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{4\pi}{3} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$, $H = (-\infty; 2)$, viz obr. 52.



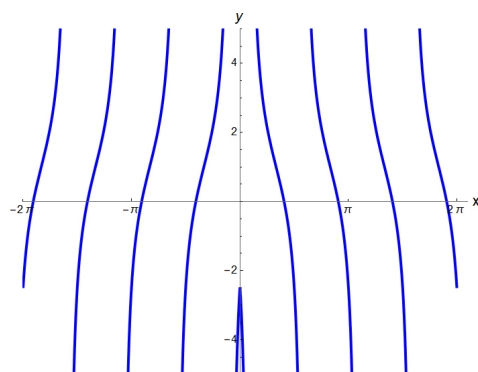
obr. 43



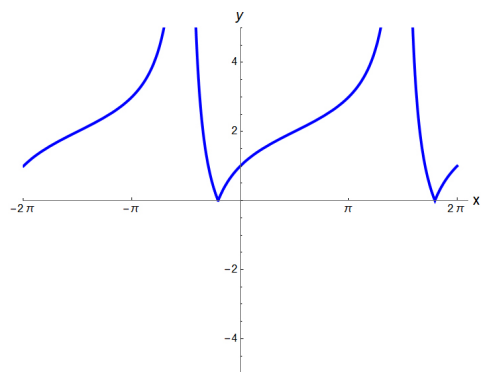
obr. 44



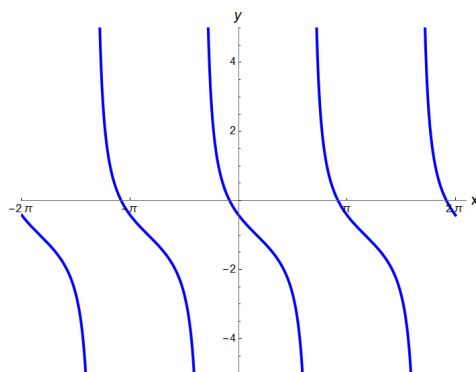
obr. 45



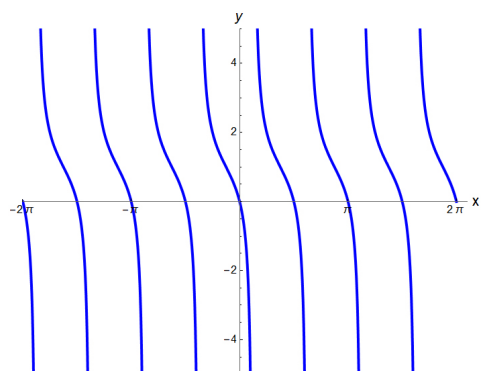
obr. 46



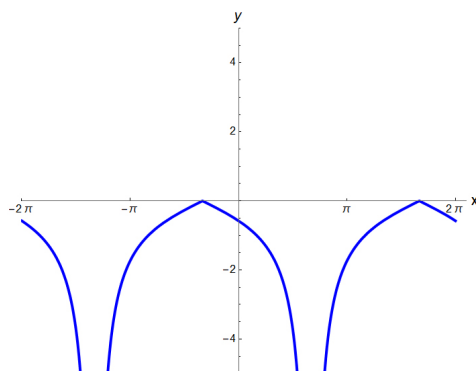
obr. 47



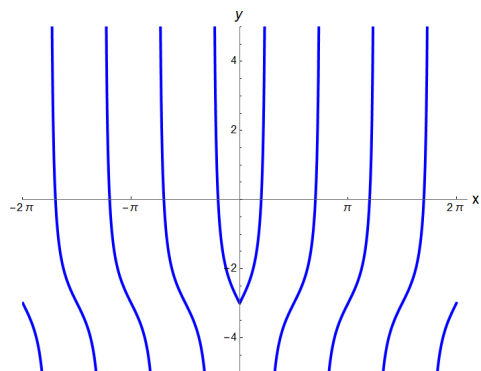
obr. 48



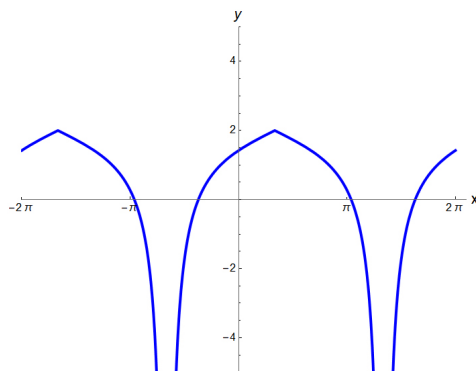
obr. 49



obr. 50

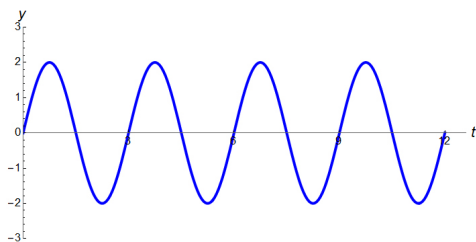


obr. 51

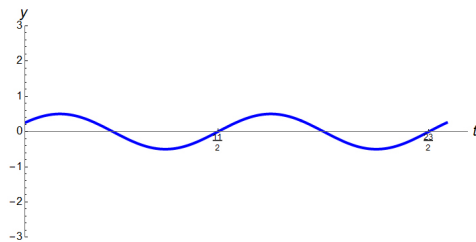


obr. 52

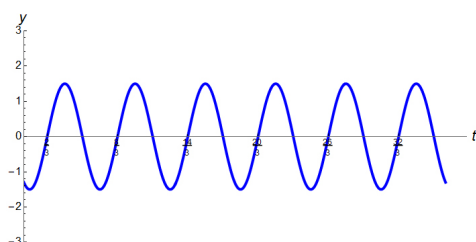
- 3.41 $D = \mathbb{R}_0^+$, $H = \langle -2; 2 \rangle$, viz obr. 53;
- 3.42 $D = \mathbb{R}_0^+$, $H = \langle -0,5; 0,5 \rangle$, viz obr. 54;
- 3.43 $D = \mathbb{R}_0^+$, $H = \langle -1,5; 1,5 \rangle$, viz obr. 55;
- 3.44 $D = \mathbb{R}_0^+$, $H = \langle -0,25; 0,25 \rangle$, viz obr. 56;



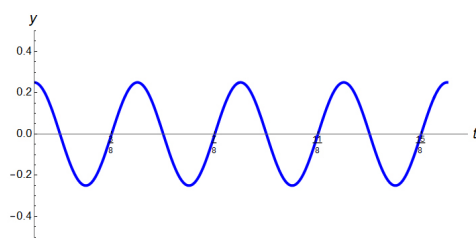
obr. 53



obr. 54



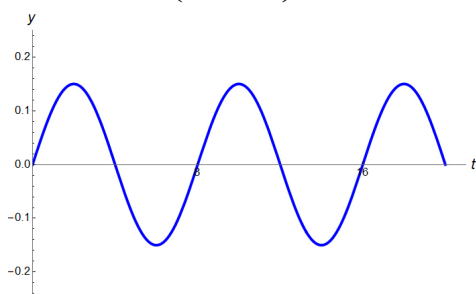
obr. 55



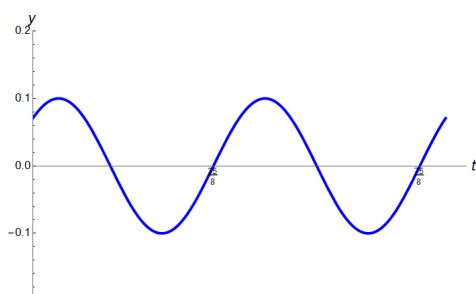
obr. 56

3.45 $y = 0,15 \sin\left(\frac{\pi}{4}t\right)$, viz obr. 57;

3.46 $y = 0,1 \sin\left(\frac{2\pi}{5}t + \frac{\pi}{4}\right)$, viz obr. 58.



obr. 57



obr. 58

4. Vztahy mezi goniometrickými funkcemi

4.1 $\cos m - \sin m$;

4.2 $\sin \omega + \cos \omega$;

4.7 $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$;

4.8 $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2}$;

4.9 $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2}$;

4.10 $-\frac{\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2}$;

4.3 $\sqrt{3} \cos \alpha$;

4.4 $\sqrt{3} \sin \varphi$;

4.11 $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2}$;

4.12 $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$;

4.13 $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2}$;

4.14 $-\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$;

4.5 $-\sin p$;

4.6 $\sqrt{2} \cos \tau$;

4.15 $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{\sqrt{2} - \sqrt{6}} = -(2 + \sqrt{3})$;

4.16 $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{6}} = 2 - \sqrt{3}$;

4.17 $-\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{6}} = \sqrt{3} - 2$;

4.18 $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}$;

$$4.19 \quad \cos x = \frac{4}{5}; \quad \operatorname{tg} x = \frac{3}{4}; \quad \operatorname{cotg} x = \frac{4}{3}; \quad \sin 2x = \frac{24}{25}; \quad \cos 2x = \frac{7}{25}; \quad \operatorname{tg} 2x = \frac{24}{7}; \quad \operatorname{cotg} 2x = \frac{7}{24};$$

$$\sin \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{10}}{10}; \quad \cos \frac{x}{2} = \frac{3\sqrt{10}}{10}; \quad \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{1}{3}; \quad \operatorname{cotg} \frac{x}{2} = 3;$$

$$4.20 \quad \cos u = -\frac{3}{5}; \quad \operatorname{tg} u = -\frac{4}{3}; \quad \operatorname{cotg} u = -\frac{3}{4}; \quad \sin 2u = -\frac{24}{25}; \quad \cos 2u = -\frac{7}{25}; \quad \operatorname{tg} 2u = \frac{24}{7};$$

$$\operatorname{cotg} 2u = \frac{7}{24}; \quad \sin \frac{u}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{5}; \quad \cos \frac{u}{2} = \frac{\sqrt{5}}{5}; \quad \operatorname{tg} \frac{u}{2} = 2; \quad \operatorname{cotg} \frac{u}{2} = \frac{1}{2};$$

$$4.21 \quad \sin w = -\frac{\sqrt{15}}{4}; \quad \operatorname{tg} w = \sqrt{15}; \quad \operatorname{cotg} w = \frac{\sqrt{15}}{15}; \quad \sin 2w = \frac{\sqrt{15}}{8}; \quad \cos 2w = -\frac{7}{8}; \quad \operatorname{tg} 2w = -\frac{\sqrt{15}}{7};$$

$$\operatorname{cotg} 2w = -\frac{7\sqrt{15}}{15}; \quad \sin \frac{w}{2} = \frac{\sqrt{10}}{4}; \quad \cos \frac{w}{2} = -\frac{\sqrt{6}}{4}; \quad \operatorname{tg} \frac{w}{2} = -\frac{\sqrt{15}}{3}; \quad \operatorname{cotg} \frac{w}{2} = -\frac{\sqrt{15}}{5};$$

$$4.22 \quad \sin b = -\frac{\sqrt{5}}{3}; \quad \operatorname{tg} b = \frac{\sqrt{5}}{2}; \quad \operatorname{cotg} b = \frac{2\sqrt{5}}{5}; \quad \sin 2b = -\frac{4\sqrt{5}}{9}; \quad \cos 2b = -\frac{1}{9}; \quad \operatorname{tg} 2b = 4\sqrt{5};$$

$$\operatorname{cotg} 2b = \frac{\sqrt{5}}{20}; \quad \sin \frac{b}{2} = \frac{\sqrt{6}}{6}; \quad \cos \frac{b}{2} = -\frac{\sqrt{30}}{6}; \quad \operatorname{tg} \frac{b}{2} = -\frac{\sqrt{5}}{5}; \quad \operatorname{cotg} \frac{b}{2} = -\sqrt{5};$$

$$4.23 \quad \sin 2c = \frac{4}{5}; \quad \cos 2c = \frac{3}{5}; \quad \operatorname{tg} 2c = \frac{4}{3}; \quad \operatorname{cotg} 2c = \frac{3}{4};$$

$$4.24 \quad \sin 2q = -\frac{8}{17}; \quad \cos 2q = \frac{15}{17}; \quad \operatorname{tg} 2q = -\frac{8}{15}; \quad \operatorname{cotg} 2q = -\frac{15}{8};$$

$$4.25 \quad \sin 2j = \frac{20}{29}; \quad \cos 2j = \frac{21}{29}; \quad \operatorname{tg} 2j = \frac{20}{21}; \quad \operatorname{cotg} 2j = \frac{21}{20};$$

$$4.26 \quad \sin 2\alpha = -\frac{12}{13}; \quad \cos 2\alpha = \frac{5}{13}; \quad \operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{12}{5}; \quad \operatorname{cotg} 2\alpha = -\frac{5}{12};$$

$$4.27 \quad \sin \varphi + \cos \varphi = \frac{\sqrt{5}}{2};$$

$$4.39 \quad \frac{1}{\sin q}, \quad D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k \frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\};$$

$$4.28 \quad \sin 2\beta = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3};$$

$$4.40 \quad \cos^2 \beta, \quad D = \mathbb{R} \setminus \left\{ (2k+1) \frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\};$$

$$4.29 \quad \sin x \cdot \cos x = -\frac{3}{8};$$

$$4.41 \quad 0, \quad D = \mathbb{R} \setminus \left\{ (2k+1) \frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\};$$

$$4.30 \quad 4;$$

$$4.42 \quad -1, \quad D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k \frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\};$$

$$4.31 \quad \cos^2 x, \quad D = \mathbb{R};$$

$$4.32 \quad \sin \lambda + 1, \quad D = \mathbb{R};$$

$$4.43 \quad -1, \quad D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\};$$

$$4.33 \quad \cos y, \quad D = \mathbb{R};$$

$$4.34 \quad \cos 4k, \quad D = \mathbb{R};$$

$$4.44 \quad \cos \varepsilon,$$

$$4.35 \quad 1, \quad D = \mathbb{R};$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3\pi}{4} + 2k\pi; \frac{7\pi}{4} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$$

$$4.36 \quad \cos u, \quad D = \mathbb{R};$$

$$4.37 \quad \cos^2 b, \quad D = \mathbb{R};$$

$$4.45 \quad \frac{2}{\sin z}, \quad D = \mathbb{R} \setminus \{ k\pi; k \in \mathbb{Z} \};$$

$$4.38 \quad 1, \quad D = \mathbb{R} \setminus \left\{ (2k+1) \frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\};$$

$$4.46 \quad 0, \quad D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$$

4.47 $\frac{1}{\cos 2\sigma}$, $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ (2k+1)\frac{\pi}{2}; (2k+1)\frac{\pi}{4}; k \in \mathbb{Z} \right\}$;

4.48 $\frac{1 - \cos \beta}{1 + \cos \beta}$, $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$;

4.49 $\frac{1 - \cos p}{1 + \cos p}$, $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ (2k+1)\frac{\pi}{2}; (2k+1)\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$;

4.50 $\cos t$, $D = \mathbb{R} \setminus \{(2k+1)\pi; k \in \mathbb{Z}\}$;

4.51 $\sin \vartheta$, $D = \mathbb{R} \setminus \{(2k+1)\pi; k \in \mathbb{Z}\}$;

4.52 -1;

4.53 $x, y \in \mathbb{R}$;

4.54 $x, y \in \mathbb{R}$;

4.55 $D = \mathbb{R}$;

4.56 $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$;

4.57 $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$;

4.58 $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$;

4.59 $D = \mathbb{R} \setminus \{(2k+1)\pi; k \in \mathbb{Z}\}$;

4.60 $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$;

4.61 $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$;

4.62 $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$;

4.63 $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{4}; k \in \mathbb{Z} \right\}$;

4.64 $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$;

4.65 $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$;

4.66 $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$;

4.67 $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$;

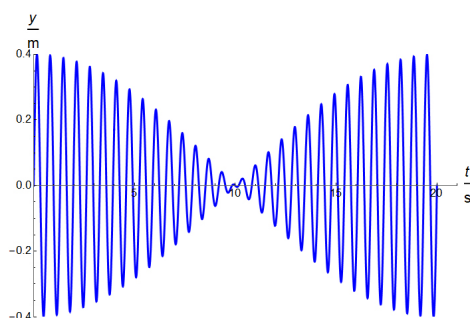
4.68 $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{4}; k \in \mathbb{Z} \right\}$;

4.69 $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$;

4.70 $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{7\pi}{4} + k\pi; k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$;

4.71 $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$;

4.72 $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$;



obr. 59

4.73 využijte vztah $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ a vhodnou substitucí;

4.74 využijte vztah $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ a vhodnou substitucí;

4.75 $y = 0,4 \cos(\pi \cdot 0,05 \cdot t) \cdot \sin(\pi \cdot 3,05 \cdot t)$, graf - viz obr. 59.

5. Goniometrické rovnice

5.1 $P = \left\{ \frac{\pi}{3} \right\};$ 5.4 $P = \left\{ \frac{5\pi}{6} \right\};$ 5.7 $P = \left\{ \frac{11\pi}{6} \right\};$ 5.10 $P = \left\{ \frac{5\pi}{4} \right\};$

5.2 $P = \left\{ \frac{2\pi}{3} \right\};$ 5.5 $P = \left\{ \frac{\pi}{4} \right\};$ 5.8 $P = \left\{ \frac{11\pi}{6} \right\};$ 5.11 $P = \left\{ \frac{4\pi}{3} \right\};$

5.3 $P = \left\{ \frac{3\pi}{2} \right\};$ 5.6 $P = \left\{ \frac{2\pi}{3} \right\};$ 5.9 $P = \{ \pi \};$ 5.12 $P = \left\{ \frac{3\pi}{4} \right\};$

5.13 $P = \left\{ \frac{7\pi}{6} + 2k\pi; \frac{11\pi}{6} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$

5.19 $P = \left\{ \frac{3\pi}{4} \right\};$

5.14 $P = \left\{ \frac{5\pi}{6} + 2k\pi; \frac{7\pi}{6} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$

5.20 $P = \left\{ \frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3} \right\};$

5.15 $P = \left\{ \frac{2\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$

5.21 $P = \left\{ \frac{5\pi}{4} + 2l\pi; \frac{7\pi}{4} + 2l\pi; l \in \mathbb{Z} \right\};$

5.16 $P = \left\{ \frac{2\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{N}_0 \right\};$

5.22 $P = \left\{ \frac{5\pi}{6} \right\};$

5.17 $P = \left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{5\pi}{3} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$

5.23 $P = \left\{ \frac{\pi}{4} \right\};$

5.18 $P = \left\{ \frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{5\pi}{6} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z}^- \right\};$

5.24 $P = \{14,48^\circ; 165,52^\circ\};$

5.28 $P = \{0,985; 2,156\};$

5.25 $P = \{21,04^\circ; 338,96^\circ\};$

5.29 $P = \{2,010; 4,273\};$

5.26 $P = \{67,38^\circ\};$

5.30 $P = \{2,498\};$

5.27 $P = \{177,71^\circ\};$

5.31 $P = \{0,498\};$

5.32 $P = \{32,23^\circ + k \cdot 360^\circ; 147,77^\circ + k \cdot 360^\circ; k \in \mathbb{Z}\};$

5.33 $P = \{35,10^\circ + k \cdot 360^\circ; 324,90^\circ + k \cdot 360^\circ; k \in \mathbb{Z}\};$

5.34 $P = \{85,10^\circ + k \cdot 180^\circ; k \in \mathbb{Z}\};$

5.35 $P = \{155,94^\circ + k \cdot 180^\circ; k \in \mathbb{Z}\};$

5.36 $P = \{4,368 + 2k\pi; 5,057 + 2k\pi; k \in \mathbb{Z}\};$

5.37 $P = \{0,859 + 2k\pi; 5,424 + 2k\pi; k \in \mathbb{Z}\};$

5.38 $P = \{1,328 + k\pi; k \in \mathbb{Z}\};$

5.39 $P = \{1,474 + k\pi; k \in \mathbb{Z}\};$

5.40 $P = \left\{ -\frac{\pi}{12} + 2k\pi; \frac{5\pi}{12} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$

5.45 $P = \left\{ 2\pi + 8k\pi; \frac{10\pi}{3} + 8k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$

- 5.41 $P = \left\{ \pi + 2k\pi; \frac{4\pi}{3} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.42 $P = \left\{ -\frac{\pi}{12} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$
- 5.43 $P = \left\{ \frac{\pi}{24} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.44 $P = \left\{ -\frac{3\pi}{4} + 3k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.45 $P = \left\{ \frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{5\pi}{6} + 2k\pi; \frac{7\pi}{6} + 2k\pi; \frac{11\pi}{6} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.46 $P = \left\{ \frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{6}; \frac{4\pi}{3}; \frac{11\pi}{6}; 0; \frac{\pi}{2}; \pi; \frac{3\pi}{2} \right\};$
- 5.47 $P = \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{17\pi}{6} \right\};$
- 5.48 $P = \left\{ 6 + 8k; \frac{2}{3} + 8k; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.49 $P = \left\{ \frac{7}{36} + \frac{2}{3}k; \frac{13}{36} + \frac{2}{3}k; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.50 $P = \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6} \right\};$
- 5.51 $P = \left\{ \frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; \frac{5\pi}{3} \right\};$
- 5.52 $P = \left\{ \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4} \right\};$
- 5.53 $P = \left\{ \frac{\pi}{4} + 2k\pi; \frac{3\pi}{4} + 2k\pi; \frac{5\pi}{4} + 2k\pi; \frac{7\pi}{4} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$
- 5.54 $P = \left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; \frac{4\pi}{3} + 2k\pi; \frac{5\pi}{3} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.55 $P = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{5\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.56 $P = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{5\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.57 $P = \left\{ \frac{7\pi}{6} + 2k\pi; \frac{11\pi}{6} + 2k\pi; k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.58 $P = \left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{5\pi}{3} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.59 $P = \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi; k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.60 $P = \left\{ \frac{2\pi}{3} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.61 $P = \left\{ \frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{5\pi}{6} + 2k\pi; \frac{3\pi}{2} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.62 $P = \left\{ \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; \frac{4\pi}{3} + 2k\pi; 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.63 $P = \left\{ \frac{\pi}{2} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.64 $P = \left\{ \frac{\pi}{4} + 2k\pi; \frac{3\pi}{4} + 2k\pi; \frac{7\pi}{6} + 2k\pi; \frac{11\pi}{6} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.65

- 5.66 $P = \left\{ \frac{3\pi}{4} + 2k\pi; \frac{5\pi}{4} + 2k\pi; \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{5\pi}{3} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.67 $P = \left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{5\pi}{3} + 2k\pi; \frac{5\pi}{6} + 2k\pi; \frac{7\pi}{6} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.68 $P = \left\{ \frac{4\pi}{3} + 2k\pi; \frac{5\pi}{3} + 2k\pi; \frac{7\pi}{6} + 2k\pi; \frac{11\pi}{6} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.69 $P = \left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{5\pi}{3} + 2k\pi; \frac{3\pi}{4} + 2k\pi; \frac{5\pi}{4} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.70 $P = \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi; \frac{5\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.71 $P = \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi; \frac{5\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.72 $P = \emptyset;$
- 5.73 $P = \left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{5\pi}{3} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.74 $P = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{2\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.75 $P = \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi; \frac{3\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.76 $P = \left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; \frac{4\pi}{3} + 2k\pi; \frac{5\pi}{3} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.77 $P = \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}; \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4} \right\};$
- 5.78 $P = \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi; \frac{5\pi}{6} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.79 $P = \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi; \frac{2\pi}{3} + k\pi; \frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{3\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.80 $P = \left\{ \frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{5\pi}{6} + 2k\pi; \frac{7\pi}{6} + 2k\pi; \frac{11\pi}{6} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.81 $P = \left\{ \frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}; \frac{5\pi}{3} \right\};$
- 5.82 $P = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.83 $P = \left\{ \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4} \right\};$
- 5.84 $P = \left\{ \frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{5\pi}{6} + 2k\pi; \frac{7\pi}{6} + 2k\pi; \frac{11\pi}{6} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.85 $P = \left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; \frac{4\pi}{3} + 2k\pi; \frac{5\pi}{3} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$

$$5.86 \quad P = \left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; \frac{4\pi}{3} + 2k\pi; \frac{5\pi}{3} + 2k\pi; \frac{\pi}{4} + 2k\pi; \frac{3\pi}{4} + 2k\pi; \frac{5\pi}{4} + 2k\pi; \frac{7\pi}{4} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$$

$$5.87 \quad P = \left\{ \frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{5\pi}{6} + 2k\pi; \frac{7\pi}{6} + 2k\pi; \frac{11\pi}{6} + 2k\pi; \frac{\pi}{4} + 2k\pi; \frac{3\pi}{4} + 2k\pi; \frac{5\pi}{4} + 2k\pi; \frac{7\pi}{4} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$$

;

$$5.88 \quad P = \left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{5\pi}{3} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$$

$$5.89 \quad P = \left\{ \frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{5\pi}{6} + 2k\pi; \frac{3\pi}{2} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$$

$$5.90 \quad P = \left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{5\pi}{3} + 2k\pi; 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$$

$$5.91 \quad P = \left\{ \frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3} \right\};$$

$$5.92 \quad P = \left\{ \frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{3} \right\};$$

$$5.93 \quad P = \left\{ \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; \frac{4\pi}{3} + 2k\pi; \frac{\pi}{4} + 2k\pi; \frac{7\pi}{4} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$$

$$5.94 \quad P = \left\{ \frac{7\pi}{6} + 2k\pi; \frac{11\pi}{6} + 2k\pi; \frac{4\pi}{3} + 2k\pi; \frac{5\pi}{3} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$$

$$5.95 \quad P = \left\{ \frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{11\pi}{6} + 2k\pi; \frac{3\pi}{4} + 2k\pi; \frac{5\pi}{4} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$$

$$5.96 \quad P = \left\{ \frac{\pi}{4} + 2k\pi; \frac{7\pi}{4} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

$$5.97 \quad P = \left\{ \frac{\pi}{4} + 2k\pi; \frac{5\pi}{4} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$$

$$5.98 \quad P = \left\{ \frac{\pi}{2} + 2k\pi; \pi + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$$

$$5.99 \quad P = \left\{ 0; \frac{\pi}{2} \right\};$$

$$5.100 \quad P = \left\{ 0; \frac{2\pi}{3} \right\};$$

$$5.101 \quad P = \left\{ \frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{11\pi}{6} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$$

$$5.102 \quad P = \left\{ \frac{5\pi}{12} + 2k\pi; \frac{23\pi}{12} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$$

$$5.103 \quad P = \left\{ \frac{\pi}{12} + 2k\pi; \frac{7\pi}{12} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$$

$$5.104 \quad P = \left\{ \frac{\pi}{12} + 2k\pi; \frac{5\pi}{12} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$$

- 5.105 $P = \left\{ \frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{7\pi}{6} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.106 $P = \left\{ \frac{7\pi}{12} + 2k\pi; \frac{13\pi}{12} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.107 $P = \left\{ \frac{5\pi}{12} + 2k\pi; \frac{11\pi}{12} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.108 $P = \left\{ \frac{\pi}{12} + 2k\pi; \frac{17\pi}{12} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.109 $P = \left\{ \frac{4\pi}{3} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.110 $P = \left\{ \frac{5\pi}{3} + 2k\pi; 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.111 $P = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{7\pi}{6} + 2k\pi; \frac{11\pi}{6} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.112 $P = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.113 $P = \left\{ \frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{4}; \frac{3\pi}{2}; \frac{7\pi}{4} \right\};$
- 5.114 $P = \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{6}; \frac{3\pi}{2} \right\};$
- 5.115 $P = \left\{ \frac{7\pi}{6}; \frac{\pi}{2}; \frac{11\pi}{6} \right\};$
- 5.116 $P = \left\{ \frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4} \right\};$
- 5.117 $P = \left\{ \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; \frac{4\pi}{3} + 2k\pi; k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.118 $P = \left\{ \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; \frac{4\pi}{3} + 2k\pi; 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.119 $P = \left\{ \frac{\pi}{2} + 2k\pi; 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.120 $P = \left\{ \frac{5\pi}{6} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{7\pi}{6} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.121 $P = \left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{4\pi}{3} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.122 $P = \left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{3\pi}{2} + 2k\pi; \frac{5\pi}{3} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.123 $P = \left\{ \frac{\pi}{4} + 2k\pi; \frac{3\pi}{4} + 2k\pi; \frac{5\pi}{4} + 2k\pi; \frac{7\pi}{4} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$
- 5.124 $P = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{3\pi}{4} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$

5.125 $P = \emptyset;$

5.126 $P = \left\{ \frac{5\pi}{6} + 2k\pi; \frac{7\pi}{6} + 2k\pi; k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$

5.127 $P = \left\{ \frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{5\pi}{6} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$

5.128 $P = \{2k\pi; k \in \mathbb{Z}\};$

5.129 $P = \left\{ \frac{3\pi}{2} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$

5.130 $P = \{2k\pi; k \in \mathbb{Z}\};$

5.131 $P = \left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{5\pi}{3} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$

5.132 $P = \left\{ \frac{3\pi}{4} + 2k\pi; \frac{5\pi}{4} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$

5.133 $P = \left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; \frac{4\pi}{3} + 2k\pi; \frac{5\pi}{3} + 2k\pi; k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$

5.134 $P = \left\{ \frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{5\pi}{6} + 2k\pi; \frac{7\pi}{6} + 2k\pi; \frac{11\pi}{6} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$

5.135 $P = \left\{ \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; \frac{4\pi}{3} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$

5.136 $P = \{\pi + 2k\pi; k \in \mathbb{Z}\};$

5.137 $P = \left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{5\pi}{3} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$

5.138 $P = \left\{ \frac{5\pi}{6} + 2k\pi; \frac{7\pi}{6} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$

5.139 $P = \left\{ \frac{3\pi}{4} + 2k\pi; \frac{5\pi}{4} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$

5.140 $P = \left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{5\pi}{3} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$

5.141 $P = \left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{5\pi}{3} + 2k\pi; 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$

5.142 $P = \left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{5\pi}{3} + 2k\pi; \pi + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$

5.143 $P = \{\pi + 2k\pi; k \in \mathbb{Z}\};$

5.144 $P = \{2k\pi; k \in \mathbb{Z}\};$

5.145 $P = \left\{ \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; \frac{4\pi}{3} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\};$

5.146 $P = \left\{ \frac{5\pi}{6} + 2k\pi; \frac{7\pi}{6} + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$

$$5.147 \quad P = \left\{ (2k+1)\frac{\pi}{4}; k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

6. Goniometrické nerovnice

$$6.1 \quad P = \left\langle 0; \frac{\pi}{4} \right\rangle \cup \left\langle \frac{3\pi}{4}; 2\pi \right\rangle;$$

$$6.2 \quad P = \left\langle 0; \frac{3\pi}{4} \right\rangle \cup \left\langle \frac{5\pi}{4}; 2\pi \right\rangle;$$

$$6.3 \quad P = \left\langle 0; \frac{\pi}{3} \right\rangle \cup \left\langle \frac{\pi}{2}; \pi \right\rangle;$$

$$6.4 \quad P = \left(\frac{\pi}{4}; \pi \right);$$

$$6.5 \quad P = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\langle \frac{5\pi}{6} + 2k\pi; \frac{\pi}{6} + 2(k+1)\pi \right\rangle;$$

$$6.6 \quad P = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\langle -\frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{\pi}{3} + 2k\pi \right\rangle;$$

$$6.7 \quad P = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\langle -\frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{4\pi}{3} + 2k\pi \right\rangle;$$

$$6.8 \quad P = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\langle \frac{5\pi}{6} + 2k\pi; \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \right\rangle;$$

$$6.9 \quad P = \mathbb{R};$$

$$6.10 \quad P = \mathbb{R} \setminus \{ \pi + 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \};$$

$$6.20 \quad P = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} (4k\pi; \pi + 4k\pi);$$

$$6.21 \quad P = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} (\pi + 2k\pi; 2\pi + 2k\pi);$$

$$6.22 \quad P = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\langle 0 + 2k\pi; \frac{\pi}{4} + 2k\pi \right\rangle \cup \left\langle \frac{3\pi}{4} + 2k\pi; \pi + 2k\pi \right\rangle \cup \left\langle \frac{5\pi}{4} + 2k\pi; \frac{7\pi}{4} + 2k\pi \right\rangle;$$

$$6.23 \quad P = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\langle \frac{\pi}{4} + 2k\pi; \frac{3\pi}{4} + 2k\pi \right\rangle \cup \left\langle \pi + 2k\pi; \frac{5\pi}{4} + 2k\pi \right\rangle \cup \left\langle \frac{7\pi}{4} + 2k\pi; 2\pi + 2k\pi \right\rangle;$$

$$6.24 \quad P = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left(0 + 2k\pi; \frac{\pi}{3} + 2k\pi \right) \cup \left(\pi + 2k\pi; \frac{5\pi}{3} + 2k\pi \right);$$

$$6.25 \quad P = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\langle -\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{6} + 2k\pi \right\rangle \cup \left\langle \frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \right\rangle;$$

$$6.26 \quad P = \left\langle 0; \frac{\pi}{6} \right\rangle \cup \left\langle \frac{5\pi}{6}; \frac{7\pi}{6} \right\rangle \cup \left\langle \frac{\pi}{6}; 2\pi \right\rangle;$$

$$6.27 \quad P = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left(-\frac{\pi}{6} + k\pi; \frac{\pi}{6} + k\pi \right);$$

$$6.11 \quad P = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left(\frac{\pi}{6} + k\pi; \pi + k\pi \right);$$

$$6.12 \quad P = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\langle \frac{\pi}{6} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi \right\rangle;$$

$$6.13 \quad P = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left(\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{3\pi}{4} + k\pi \right);$$

$$6.14 \quad P = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\langle \frac{2\pi}{3} + k\pi; \pi + k\pi \right\rangle;$$

$$6.15 \quad P = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\langle \frac{\pi}{30} + \frac{2}{5}k\pi; \frac{\pi}{6} + \frac{2}{5}k\pi \right\rangle;$$

$$6.16 \quad P = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left(\frac{9\pi}{4} + 6k\pi; \frac{15\pi}{4} + 6k\pi \right);$$

$$6.17 \quad P = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left(\frac{9\pi}{2} + 12k\pi; \frac{27\pi}{2} + 12k\pi \right);$$

$$6.18 \quad P = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\langle \frac{\pi}{6} + \frac{2}{7}k\pi; \frac{17\pi}{42} + \frac{2}{7}k\pi \right\rangle;$$

$$6.19 \quad P = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\langle \frac{3\pi}{40} + k\frac{\pi}{10}; \frac{3\pi}{20} + k\frac{\pi}{10} \right\rangle;$$

- 6.28 $P = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left(-\frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{\pi}{3} + 2k\pi \right);$
- 6.29 $P = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left(-\frac{\pi}{2} + k\pi; -\frac{\pi}{4} + k\pi \right) \cup \left(\frac{\pi}{3} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi \right);$
- 6.30 $P = \left(\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{6} \right);$
- 6.31 $P = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left(\frac{\pi}{4} + 2k\pi; \frac{3\pi}{4} + 2k\pi \right) \cup \left(\frac{7\pi}{6} + 2k\pi; \frac{11\pi}{6} + 2k\pi \right);$
- 6.32 $P = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left(\frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \right) \cup \left(\frac{7\pi}{6} + 2k\pi; \frac{5\pi}{3} + 2k\pi \right);$
- 6.33 $P = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left(-\frac{\pi}{3} + k\pi; \frac{\pi}{3} + k\pi \right);$
- 6.34 $P = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \right);$
- 6.35 a) $\left\langle \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3} \right\rangle$; b) $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\langle \frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{\pi}{3} + 2k\pi \right\rangle$;
- 6.36 a) $\left\langle \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3} \right\rangle$; b) $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\langle \frac{\pi}{4} + 2k\pi; \frac{\pi}{3} + 2k\pi \right\rangle$;
- 6.37 a) $\left\langle 0; \frac{\pi}{3} \right\rangle \cup \left(\frac{5\pi}{6}; \pi \right)$; b) $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left(\frac{5\pi}{6} + k\pi; \frac{4\pi}{3} + k\pi \right)$;
- 6.38 a) $\left\langle \frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{6} \right\rangle$; b) $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\langle \frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{5\pi}{6} + k\pi \right\rangle$.

7. Trigonometrie

Výsledky byly určeny pomocí software *Mathematica* a je zaokrouhlen až daný výsledek, nikoliv mezivýsledky.

- | | | | |
|------|--|------|--|
| 7.1 | $60^{\circ}57'$; | 7.19 | $31'36''$; |
| 7.2 | 2 m; | 7.20 | $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; 266 m; 360 m; 448 m; |
| 7.3 | 24,7 cm; | 7.21 | 398,4 V; |
| 7.4 | 13,9 cm; 11,7 cm; | 7.22 | 73,6 m; |
| 7.5 | $\frac{a}{6}(2\sqrt{3}-3)$; | 7.23 | 75 m; $1,25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; |
| 7.6 | 150 mm; | 7.24 | 422,8 m; |
| 7.7 | 90° ; | 7.25 | 7 m; 149,8 m; |
| 7.8 | 13 j^2 ; | 7.26 | 26,2 m; 6,5 m; |
| 7.9 | $40^{\circ}32'$; $27^{\circ}40'$; $111^{\circ}48'$; | 7.27 | 140,7 m; 5 m; |
| 7.10 | zadané úsečky netvoří trojúhelník; | 7.28 | 67,2 m; 111,3 m; |
| 7.11 | 23 cm; $27^{\circ}50'$; $116^{\circ}28'$; | 7.29 | 106,36 m; |
| 7.12 | 6,5 cm; $60^{\circ}57'$; $46^{\circ}45'$; | 7.30 | 180,6 m; |
| 7.13 | 25,7 cm; 22,7 cm; 62° ; | 7.31 | $46,6^{\circ}$; |
| | | 7.32 | 74,6 N; 82,3 N; |

7.14 $\sqrt{5+2\sqrt{2}}$ km \doteq 2,8 km ;

7.15 $\frac{13}{2}\sqrt{2}$ j ;

7.16 $\frac{39}{2}j^2$;

7.17 $\frac{3\sqrt{2}+2}{7}a$;

7.18 $\sqrt{26+5\sqrt{23}}$ j \doteq 7 j ;

7.33 31,7 N; 21,8 N;

7.34 2956,3 N; 2903 N;

7.35 10,2 N; 69°19' ;

7.36 0,94 m;

7.37 2,32 m;

7.38 1,51 m;

7.39 $100\sqrt{91}$ m \doteq 954 m ; $\frac{5100\sqrt{91}}{8281}$ m \doteq 535 m .