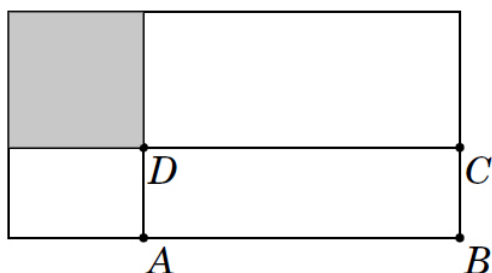


Obvody a obsahy rovinných útvarů, povrchy a objemy těles

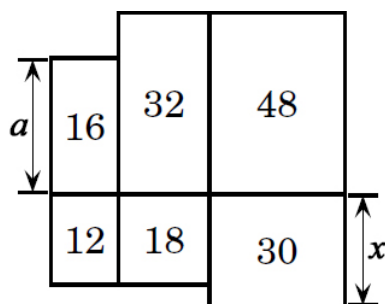
sbírka úloh

Jaroslav Reichl

1. Jestliže je obsah čtverce roven 144 j^2 , jaký je jeho obvod?
2. Obdélník o obvodu 30 cm je rozdělen na čtyři pravoúhelníky (viz obr. 1). Jedním z nich je vyšrafovaný čtverec o obsahu 9 cm^2 . Určete obvod obdélníku ABCD?
3. Na obr. 2 vidíte půdorys šestipokojového bytu. Čísla uvnitř pravoúhelníků udávají plochy pokojů vyjádřené v metrech čtverečních. Jeden z rozměrů pokoje vlevo nahoře je $a = 6 \text{ m}$. Určete rozměr pokoje vpravo dole, který je označen x .

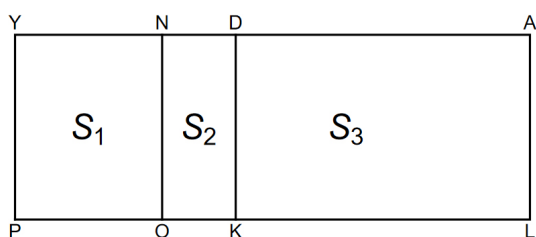


obr. 1

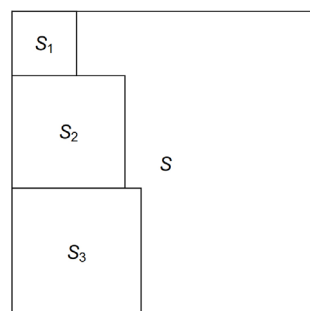


obr. 2

4. V obdélníku zobrazeném na obr. 3 platí: $S_1 = 20 \text{ cm}^2$, $S_3 = 40 \text{ cm}^2$, $|YD| = 6 \text{ cm}$ a $|OL| = 10 \text{ cm}$. Určete hodnotu S_2 .
5. Na obr. 4 jsou zobrazeny čtyři čtverce a platí: $S = 232 \text{ j}^2$, $S_1 = 16 \text{ j}^2$ a $S_3 = 64 \text{ j}^2$. Určete obsah S_2 .

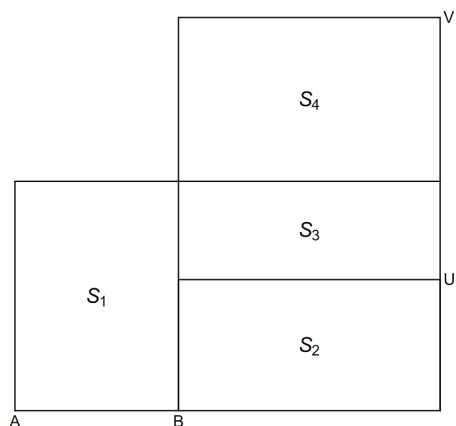


obr. 3

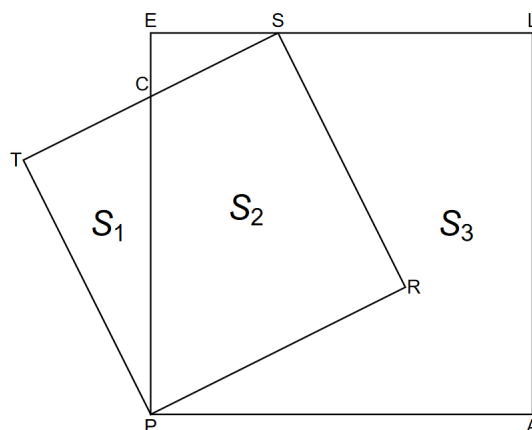


obr. 4

6. Určete obsah S_3 v útvaru zobrazeném na obr. 5, jestliže délka úsečky AB je 5 j, délka úsečky UV je 16 j a pro obsahy zbývajících částí útvaru platí $S_1 = 65 \text{ j}^2$, $S_2 = 63 \text{ j}^2$ a $S_4 = 90 \text{ j}^2$.
7. Do čtverce PALE je částečně vepsán čtverec PRST (viz obr. 6) tak, že $S_1 = 1 \text{ cm}^2$, $S_2 = 3 \text{ cm}^2$ a bod C je středem úsečky ST. Určete hodnotu obsahu S_3 .

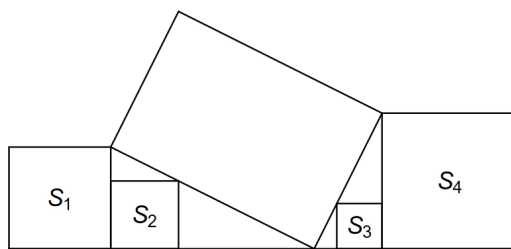


obr. 5



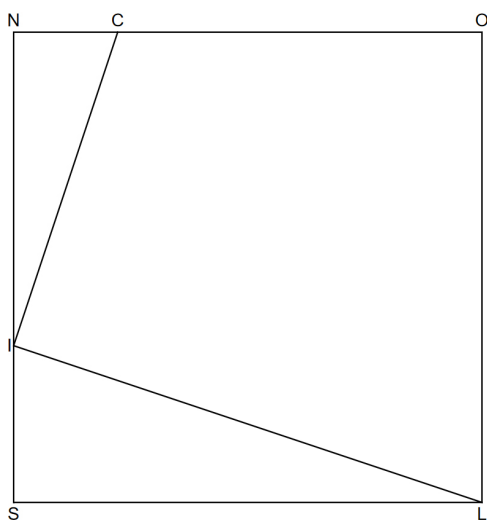
obr. 6

8. Určete obsah obdélníka zobrazeného na obr. 7, jestliže pro obsahy čtverců platí $S_1 = 81 \text{ j}^2$, $S_2 = 36 \text{ j}^2$, $S_3 = 16 \text{ j}^2$ a $S_4 = 144 \text{ j}^2$.

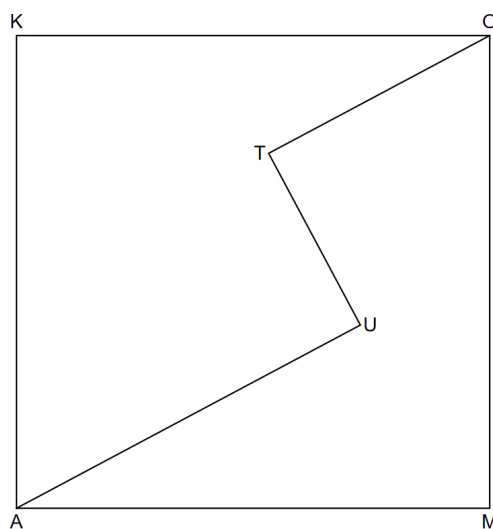


obr. 7

9. Určete obsah čtverce SLON zobrazeného na obr. 8, jestliže délka úsečky LI jsou 3 j a délka úsečky IC jsou 2 j. Úsečky LI a IC jsou navzájem kolmé.



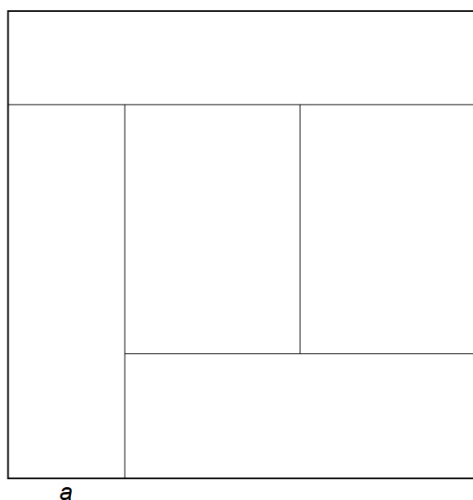
obr. 8



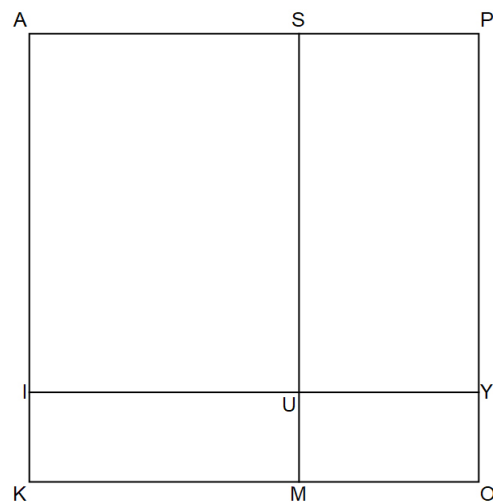
obr. 9

11. Čtverec zobrazený na obr. 10 je rozdělen na obdélníky, které mají stejný obsah. Určete obvod a obsah celého čtverce.

12. Čtverec KOPA (viz obr. 11) je rozdělen na čtyři obdélníky. Obsah obdélníka IUSA je 100 j^2 , obsah obdélníka MOYU je 24 j^2 a délka úsečky KI je 3 j. Jaký je obsah obdélníka UYPS?

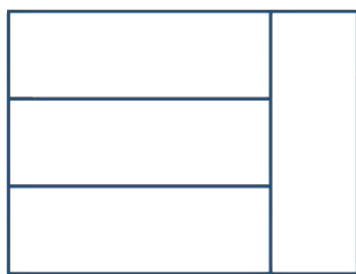


obr. 10

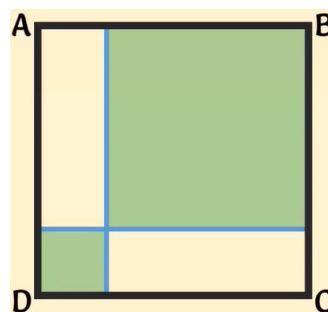


obr. 11

13. Obdélník na obr. 12 je složen ze čtyř stejných menších obdélníků a má plochu 972 j^2 . Jaký je obvod menšího z obdélníků?



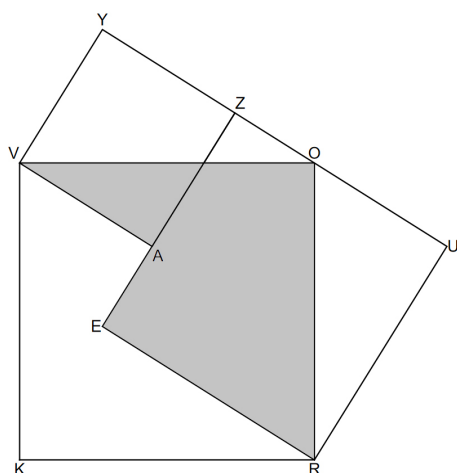
obr. 12



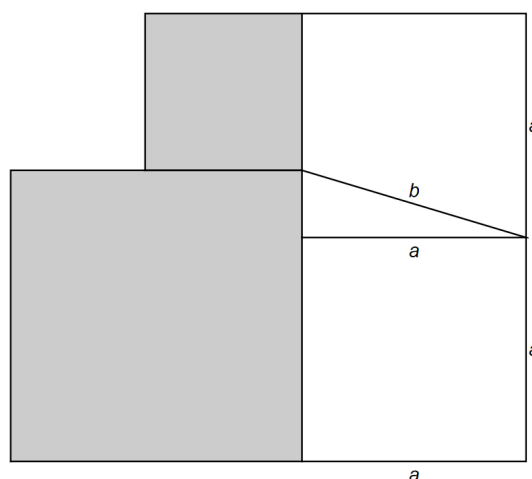
obr. 13

14. Obsah plochy čtverce ABCD zobrazeného na obr. 13 je 25 j^2 . Větší z vyšrafovaných čtverců má 9krát větší obsah plochy než menší vyšrafovaný čtverec. Jaký je obsah plochy menšího vyšrafovaného čtverce?

15. Ke čtverci KROV jsou sestrojeny další dva čtverce – RUZE se stranou délky 8 j a VAZY se stranou délky 5 j (viz obr. 14). Určete obsah vyšrafovaného útvaru.

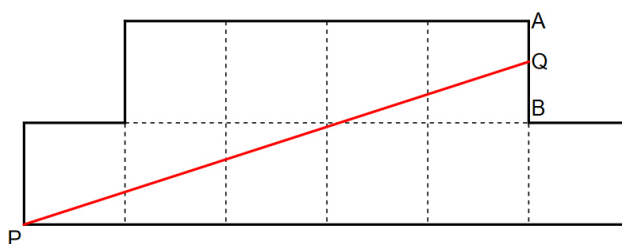


obr. 14



obr. 15

17. Útvar na obr. 16 je složen z deseti čtverců, z nichž každý má obsah 1 j^2 . Úsečka PQ přitom rozděluje útvar na dva, které mají stejný obsah. Jaký je v tom případě poměr délek úseček AQ a QB?



obr. 16

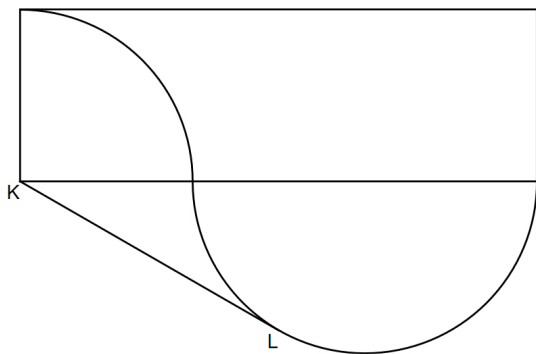
18. Délka úsečky KL na obr. 17 je 5 cm . Určete obsah obdélníka, dotýká-li se úsečka KL kružnice v bodě L tečně.

19. Do čtverce se stranou délky a je vepsán čtverec o straně délky b a obdélník podle obr. 18. Určete obsah obdélníka.

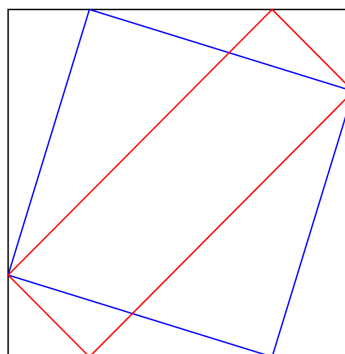
20. V televizoru, jehož obrazovka má strany v poměru $16:9$, je vysílán film natočený ve formátu $4:3$. Kolik procent obsahu obrazovky tvoří svislé černé pruhy doplňující obraz? Jakou část délky obrazovky tvoří šířka jednoho z těchto pruhů?

21. Norská vlajka je podle [1] obdélník, jehož strany a a b jsou v poměru $a : b = 8 : 11$, přičemž poměry barev červená, bílá a modrá jsou: červená : bílá : modrá : bílá : červená = $6 : 1 : 2 : 1 : 6$ na šířku a

Obvody a obsahy rovinných útvarů, povrchy a objemy těles, Jaroslav Reichl, SPŠST Panská, Praha, © 2023
červená : bílá : modrá : bílá : červená = 6 : 1 : 2 : 1 : 12 na délku (viz obr. 19). Kolik procent plochy norské státní vlajky je vyplněno: a) červenou, b) modrou, c) bílou barvou?

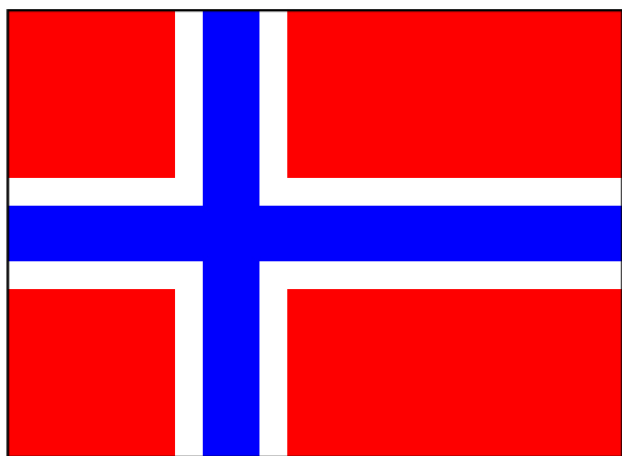


obr. 17

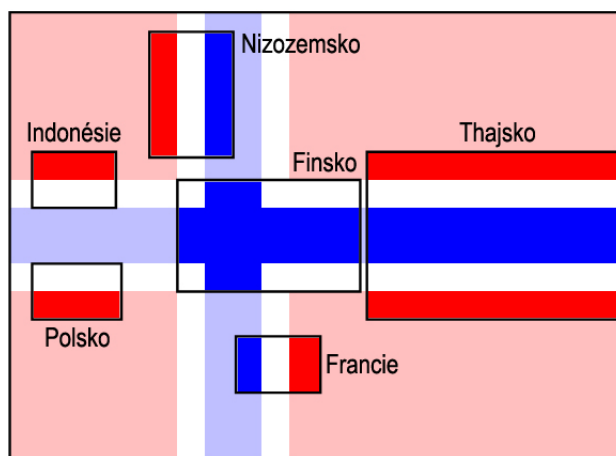


obr. 18

22. S využitím úlohy 21 vypočtete kolik procent plochy norské státní vlajky tvoří plocha indonéské státní vlajky (viz obr. 20). Indonéská státní vlajka (podle [2]) je obdélník se stranami v poměru 2 : 3.



obr. 19



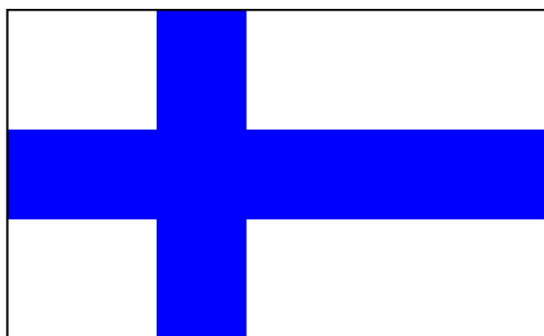
obr. 20

23. S využitím úlohy 21 vypočtete kolik procent plochy norské státní vlajky tvoří plocha polské státní vlajky (viz obr. 20). Polská státní vlajka (podle [3]) je obdélník se stranami v poměru 5 : 8.

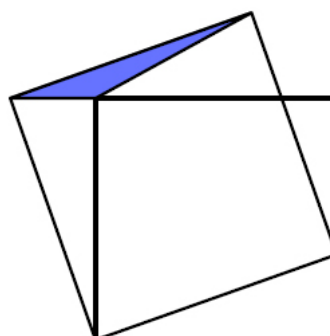
24. S využitím úlohy 21 vypočtete kolik procent plochy norské státní vlajky tvoří plocha nizozemské státní vlajky (viz obr. 20). Nizozemská státní vlajka (podle [4]) je obdélník se stranami v poměru 2 : 3, přičemž šířky tří barevných pruhů jsou stejné.

25. S využitím úlohy 21 vypočtete kolik procent plochy norské státní vlajky tvoří plocha finské státní vlajky (viz obr. 20). Finská státní vlajka (podle [5]) je obdélník se stranami v poměru 11 : 18. (Poměr bílých a modrých částí není u finské vlajky zobrazené na obr. 20 dodržen.)

26. S využitím úlohy 21 vypočtete kolik procent plochy norské státní vlajky tvoří plocha francouzské státní vlajky (viz obr. 20). Francouzská státní vlajka (podle [6]) je obdélník se stranami v poměru 2 : 3. Tři barevné pruhy této vlajky mají šířky v těchto poměrech: modrá : bílá : červená = 30 : 33 : 37.



obr. 21



obr. 22

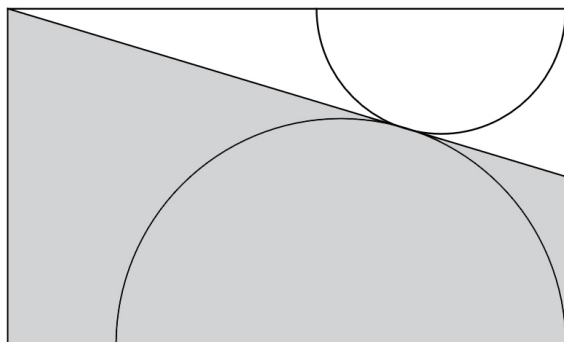
27. S využitím úlohy 21 vypočtete kolik procent plochy norské státní vlajky tvoří plocha thajské státní vlajky (viz obr. 20). Thajská státní vlajka (podle [7]) je obdélník se stranami v poměru 2 : 3. Poměr šířek jednotlivých barevných pruhů je: červená : bílá : modrá : bílá : červená = 1 : 1 : 2 : 1 : 1.

28. Finská státní vlajka je (podle [5]) obdélník se stranami v poměru 11 : 18 (viz obr. 21), přičemž poměry barevných pruhů jsou definovány takto: bílá : modrá : bílá = 4 : 3 : 4 na šířku a bílá : modrá : bílá = 5 : 3 : 10 na délku. Kolik procent plochy finské státní vlajky je vyplněno: a) bílou, b) modrou barvou?

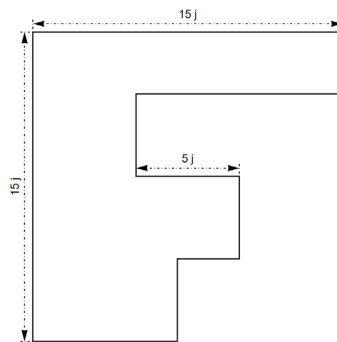
29. Obsah menšího ze čtverců zobrazených na obr. 22 je 16 cm^2 a obsah vyšrafovaného trojúhelníku je 1 cm^2 . Určete obsah většího čtverce.

30. V obdélníku jsou sestrojeny dvě polokružnice tak, že se dotýkají v místě jejich společné tečny. Určete, jaká část obdélníku je vyšrafovaná (viz obr. 23).

31. Určete obvod útvaru zobrazeného na obr. 24.



obr. 23

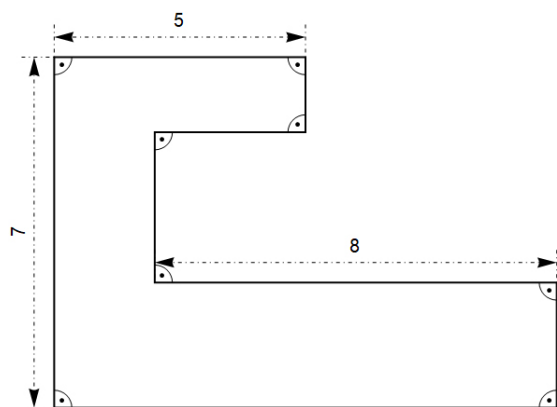


obr. 24

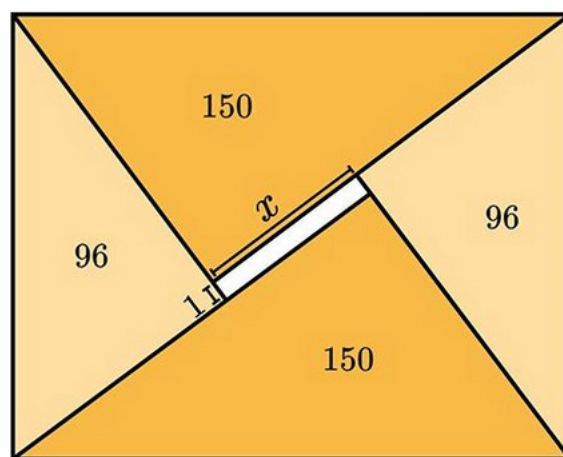
32. Určete obvod útvaru, který je zobrazen na obr. 25.

33. První strana rovnoramenného trojúhelníku má délku 20 cm. Délka druhé strany trojúhelníku je rovna dvěma pětinaám délky třetí strany. Určete obvod takového trojúhelníku.

34. Obdélník na obr. 26 je rozdělen na čtyři pravoúhlé trojúhelníky a obdélník; délky stran všech útvarů jsou dány přirozenými čísly. Čísla v trojúhelnících označují jejich obsah. Určete délku x vyznačené strany.



obr. 25



obr. 26

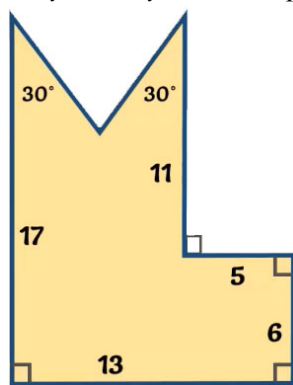
35. Určete obvod a obsah útvaru, který je zobrazen na obr. 27.

36. Určete obsah nevyšrafované části obdélníků zobrazených na obr. 28, jestliže $a = 7 \text{ j}$, $b = 4 \text{ j}$, $e = 3 \text{ j}$, $f = 2 \text{ j}$, $c = 9 \text{ j}$ a $d = 5 \text{ j}$.

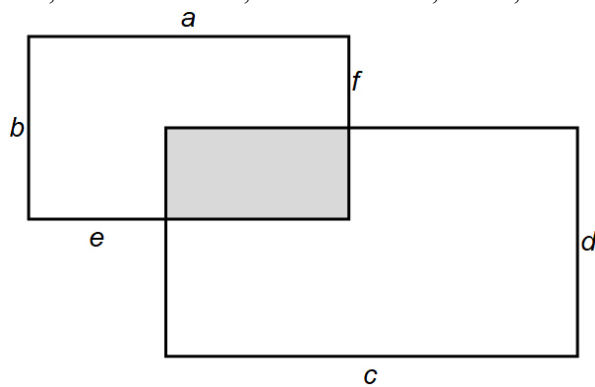
37. Určete obsah obdélníka zobrazeného na obr. 29, do něž jsou vepsány kružnice o poloměrech 1 cm a 2 cm.

38. Čtvercové vitrážové okno o obsahu 81 dm^2 je tvořeno šesti trojúhelníky stejných obsahů (viz obr. 30). Ve společném vrcholu všech trojúhelníků sedí moucha. Jak daleko je od spodního okraje okna?

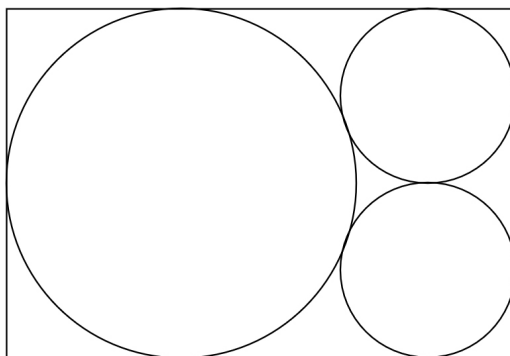
39. Úhlopříčky v obdélníku svírají úhel 52° a jejich délka je 10 cm. Určete obvod a obsah obdélníka.



obr. 27



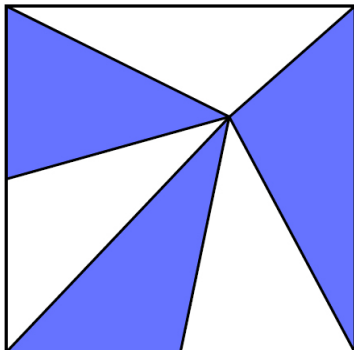
obr. 28



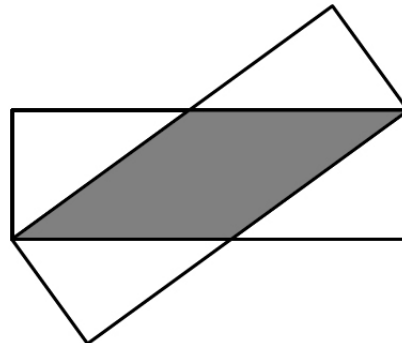
obr. 29

40. Dva shodné obdélníky o stranách délek 3 cm a 9 cm se překrývají tak, že mají společnou jednu úhlopříčku (viz obr. 31). Vypočítejte obsah vyšrafované plochy.

41. Delší úhlopříčka kosočtverce má délku 8 cm a jeden z vnitřních úhlů kosočtverce má velikost 48° . Určete obvod a obsah kosočtverce.

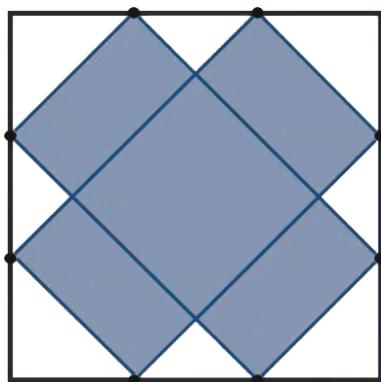


obr. 30

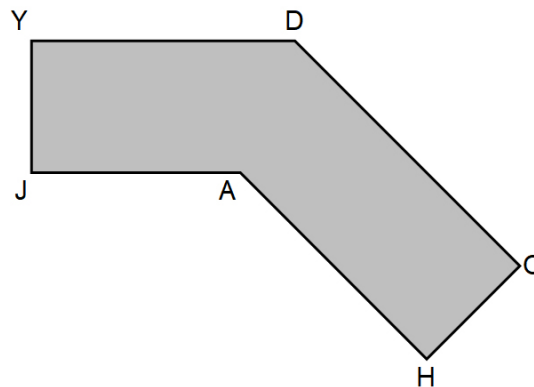


obr. 31

42. Vypočítejte obsah vyšrafované části čtverce zobrazeného na obr. 34, jehož strana má délku n .



obr. 32

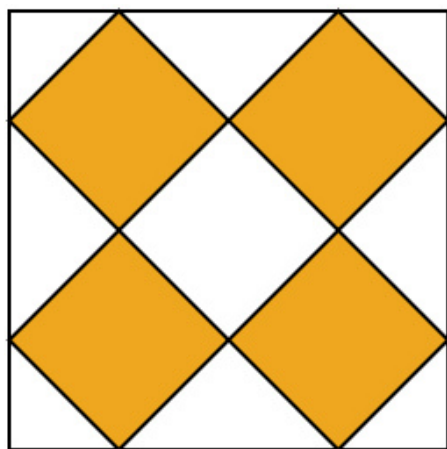


obr. 33

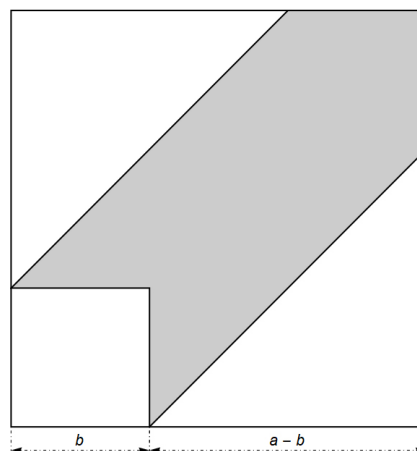
43. Jaká část čtverce zobrazeného na obr. 32 je vyšrafovaná? Body dělí strany čtverce na stejně dlouhé úsečky.

44. Určete obvod a obsah šestiúhelníku JAHODY zobrazeného na obr. 33, jestliže úhly při vrcholech J, H, O a Y jsou pravé, $|AH| = |DY| = 2\text{ j}$ a $|HO| = |YJ| = 1\text{ j}$.

45. Vypočítejte obsah a obvod vyšrafovaného obrazce zobrazeného na obr. 35, je-li $b = \frac{a}{3}$.



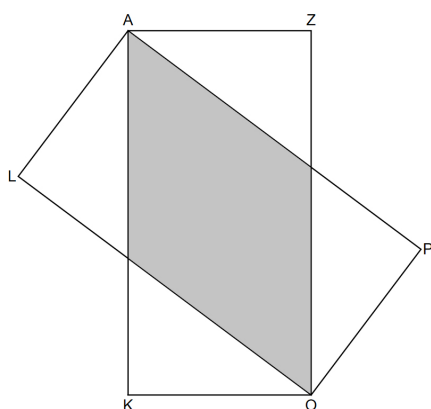
obr. 34



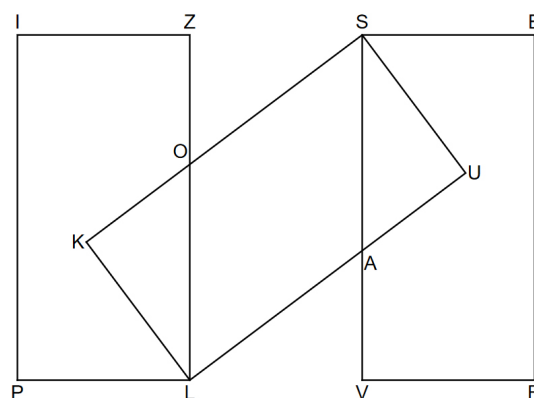
obr. 35

46. Určete obvod a obsah kosočtverce, jehož úhlopříčky mají délky 24 j a 36 j .

47. Obdélník KOZA s délkami stran 2 j a 1 j byl duplikován, otočen a položen přes původní obdélník do polohy OPAL (viz obr. 36). Určete, o jaký úhel byl obdélník KOZA otočen. Jaký je obsah vyšrafovaného obrazce?



obr. 36



obr. 37

48. Na obr. 37 jsou zobrazeny tři stejné obdélníky PLZI, LUSK a VRES. Určete obsah čtyřúhelníku LASO. Rozměry obdélníka jsou 4 j a 2 j .

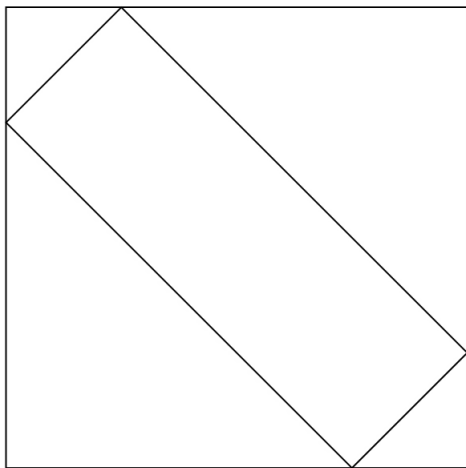
49. Do čtverce je vepsán obdélník tak, že ze čtverce odděluje dvě dvojice navzájem shodných rovnoramenných trojúhelníků (viz obr. 38). Jaká je délka úhlopříčky obdélníka, je-li celkový obsah uvedených čtyř trojúhelníků 200 j^2 ?

50. Do čtverce zobrazeného na obr. 39 je vepsáno pět stejných obdélníků dle obrázku. Jakou část plochy čtverce zabírají obdélníky?

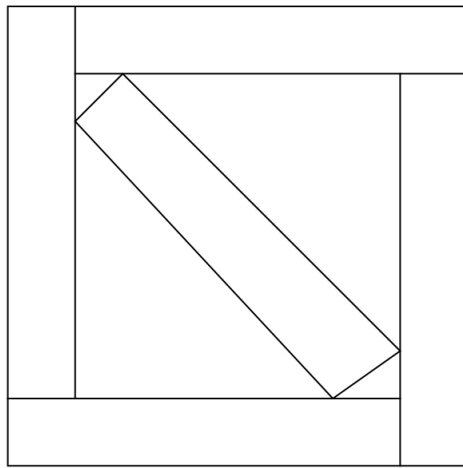
51. Čtverec je rozdělen dvěma navzájem rovnoběžnými přímkami, jichž vzájemná vzdálenost je 6 cm , na tři útvary stejného obsahu. Jedna z přímek prochází levým dolním vrcholem čtverce, druhá prochází pravým horním vrcholem čtverce (viz obr. 40). Určete obsah čtverce.

52. Čtverec o straně délky a je rozdělen na 4 trojúhelníky (tři pravoúhlé a jeden rovnostranný). Obsahy dvou pravoúhlých trojúhelníků jsou $S_1 = 30\text{ j}^2$ a $S_2 = 50\text{ j}^2$ (viz obr. 41). Určete obsah zbývajících pravoúhlého trojúhelníku.

53. V obdélníku s délkami stran a a b jsou zakresleny tři vyšrafované pravoúhlé trojúhelníky o obsahích S_1 , S_2 a S_3 (viz obr. 42). Určete obsah nevyšrafovaného trojúhelníka.

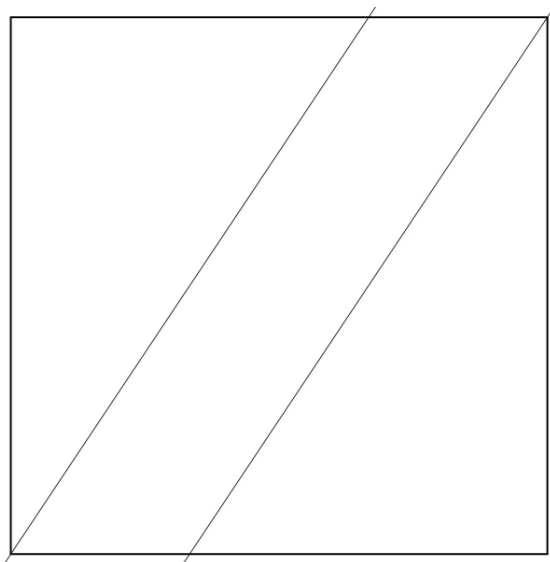


obr. 38

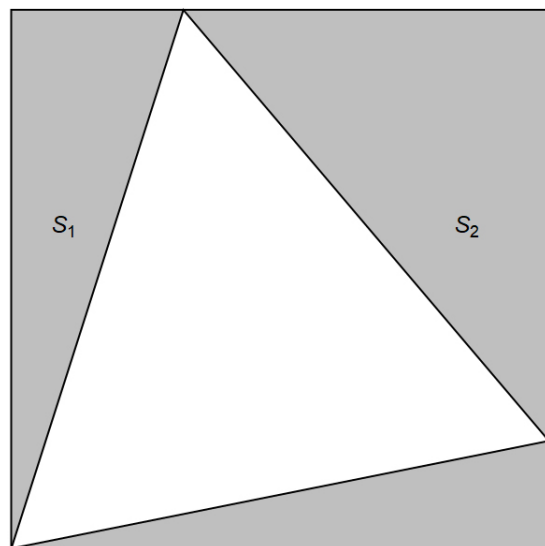


obr. 39

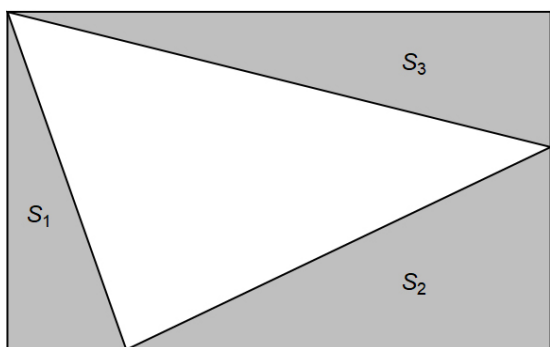
54. Čtverec je rozdělen na čtyři čtyřúhelníky tak, že jejich vrcholy leží ve vrcholech čtverce, středech jeho stran a vnitřním bodě čtverce (viz obr. 43). Obsahy čtyřúhelníků jsou $S_1 = 16 \text{ cm}^2$, $S_2 = 20 \text{ cm}^2$ a $S_3 = 32 \text{ cm}^2$. Určete obsah S zbývajících čtyřúhelníků. Jaká je délka strany původního čtverce?



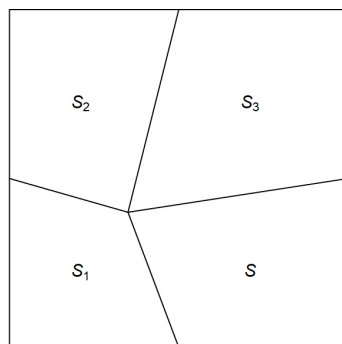
obr. 40



obr. 41



obr. 42



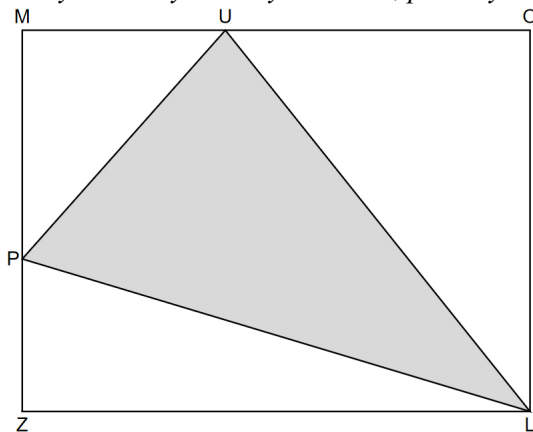
obr. 43

55. V obdélníku ZLOM je sestaven trojúhelník LUP, který má plošný obsah 36 j^2 . Délka úsečky OU je 8 j a délka úsečky ZP je 6 j (viz obr. 44). Určete obsah obdélníka ZLOM.

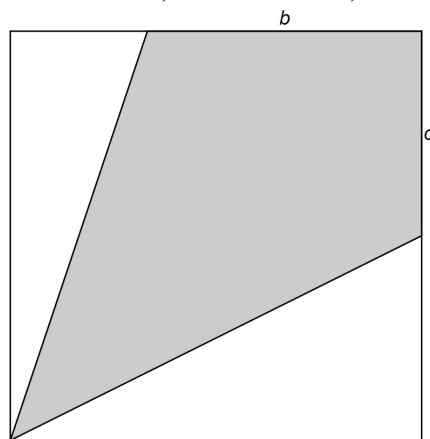
56. Určete obsah a obvod vyšrafované části čtverce, který má obvod 24 j , jestliže $b = 4 \text{ j}$ a $c = 3 \text{ j}$ (viz obr. 45).

57. Určete obsah obdélníka zobrazeného na obr. 46, je-li $a = 6 \text{ j}$.

58. Určete součet obsahů tří čtverců zobrazených na obr. 47. Průměr zobrazené kružnice je d .

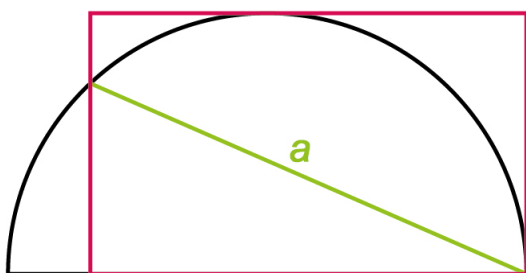


obr. 44

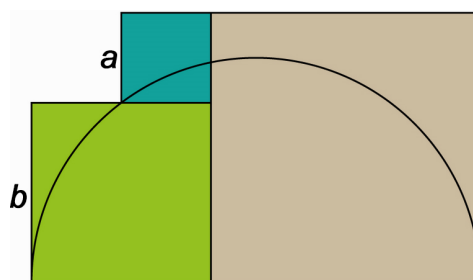


obr. 45

59. Vypočítejte plochu vyšrafovaného útvaru zobrazeného na obr. 48, jestliže $a = 10$ cm, $b = 28$ cm a $c = 34$ cm.

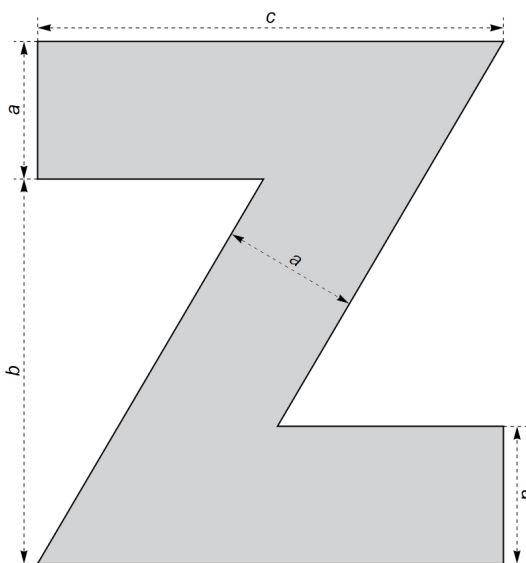


obr. 46

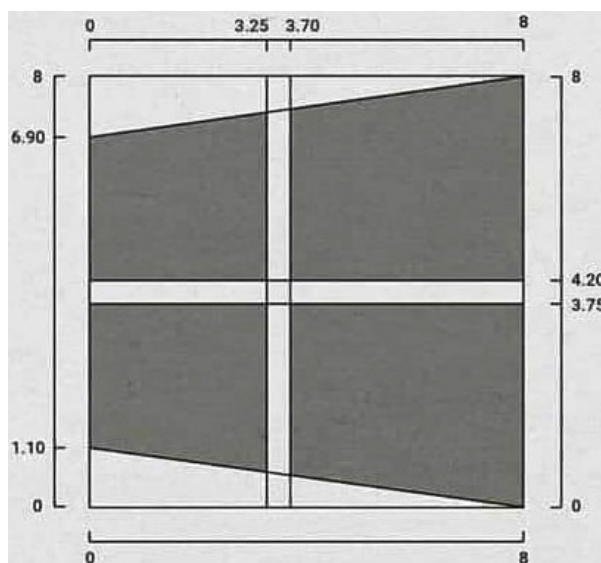


obr. 47

60. Určete obvod a obsah loga nejmenované počítačové aplikace (viz obr. 49). Jakou část čtverce, do kterého je logo vepsáno, logo zaujímá?



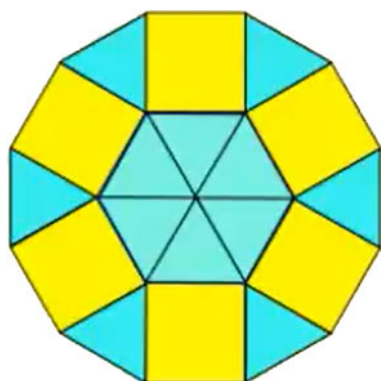
obr. 48



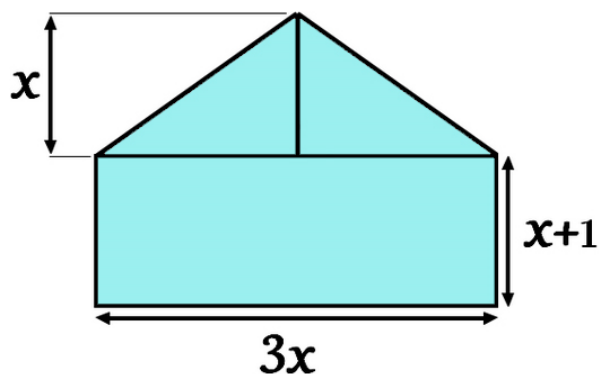
obr. 49

61. Je-li poměr obsahu čtverce a obsahu rovnostranného trojúhelníka roven 4:3, jaký je poměr délek stran čtverce a rovnostranného trojúhelníka?
62. Střední příčka dělí obecný trojúhelník na dvě části. Jaký je poměr obvodů a obsahů těchto dvou částí?
63. Obvod útvaru zobrazeného na obr. 50 je 24 j. Určete jeho obsah.
64. Určete rozměr x , jestliže obsah vyznačeného útvaru na obr. 51 je 180 j^2 .
65. Určete obsah čtyřúhelníku NOHY vzniklého rozdělením čtverce LANO. Přitom S je střed úsečky LA, Y je střed úsečky SN, úhel při vrcholu Y je pravý a délka úsečky OH je 1 j (viz obr. 52).

66. Ve čtverci PHDK je bod O střed strany PH a bod A střed strany HD. Bod Y leží na úsečce KA tak, že úsečka PY je kolmá na úsečce KA. Určete obsah čtyřúhelníku POAY, jestliže délka strany čtverce PHDK je 10 j.

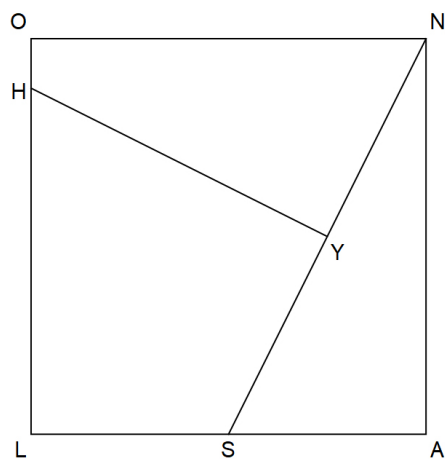


obr. 50

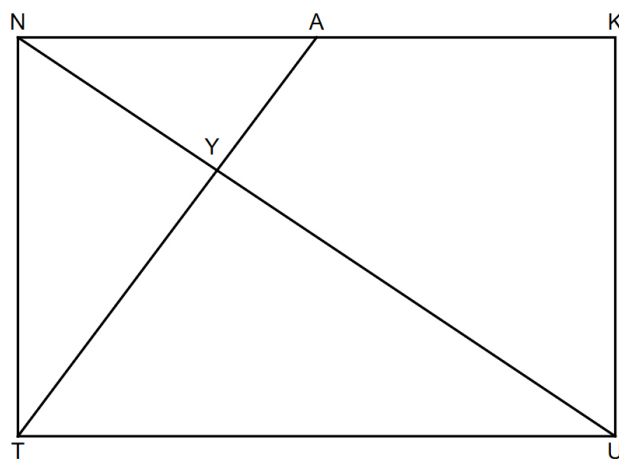


obr. 51

67. Obsah obdélníka TUKN (viz obr. 53) je 72 j^2 . Bod A je ve středu úsečky KN. Určete obsah čtyřúhelníku UKAY.

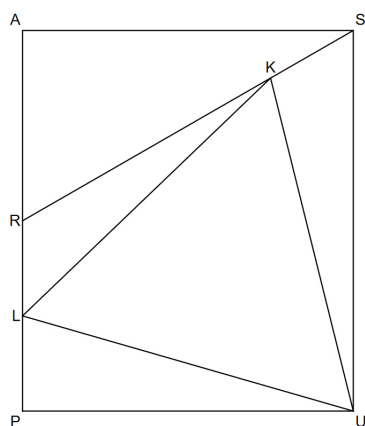


obr. 52

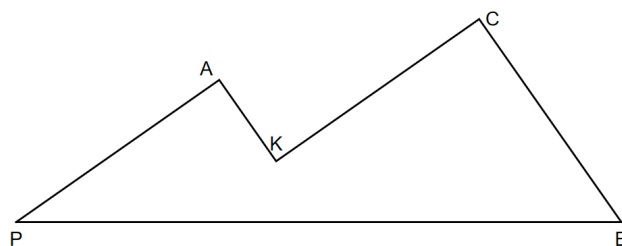


obr. 53

68. Délky stran obdélníka PUSA jsou $|PU| = 3\sqrt{3} \text{ j}$ a $|US| = 6 \text{ j}$. Bod R je v polovině délky strany AP a vrchol L rovnostranného trojúhelníka LUK je v polovině délky úsečky PR (viz obr. 54). Určete poměr obsahů trojúhelníků RSA a LUK.



obr. 54



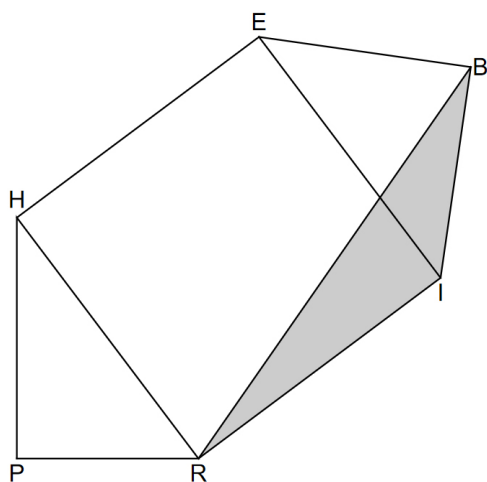
obr. 55

69. Ve čtverci KOZA je bod R střed strany OZ a bod B střed strany ZA. Určete obsah trojúhelníka KRB, jestliže délka strany čtverce KOZA je 12 j.

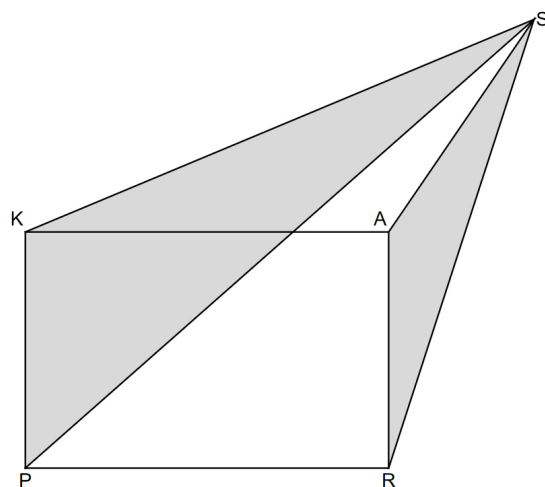
70. Určete obsah pětiúhelníku PECKA, jestliže délky stran EC, CK a AP jsou rovny a , velikost úhlu u vrcholu E je rovna α a úhly u vrcholů C, K a A jsou pravé (viz obr. 55).

71. Nad přeponou trojúhelníka PRH je sestrojen čtverec RIEH a nad jeho stranou IE je sestrojen pravoúhlý rovnoramenný trojúhelník IBE (viz obr. 56). Určete obsah trojúhelníka RIB. Délka úsečky PR je 6 j a délka úsečky PH je 8 j.

72. Vypočtete obsah obdélníku PRAK, jestliže obsah trojúhelníku RSA je 10 j^2 a obsah trojúhelníku PSK je 30 j^2 (viz obr. 57).



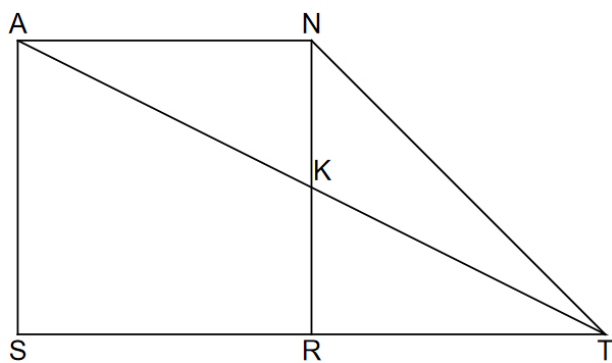
obr. 56



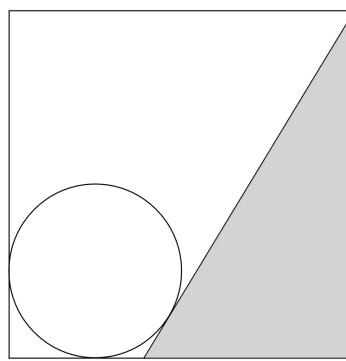
obr. 57

73. Ke čtverci SRNA o straně délky 20 j jsou sestrojeny dva trojúhelníky (viz obr. 58). Obsah trojúhelníku TRK je 10 j^2 . Určete obsah trojúhelníku TKN.

74. Ve čtverci o straně délky 4 cm je sestrojena kružnice o poloměru 1 cm a pravoúhlý trojúhelník (viz obr. 59). Určete obsah tohoto vyšrafovaného pravoúhlého trojúhelníku.

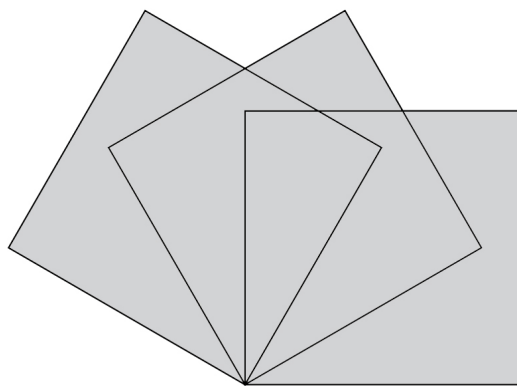


obr. 58

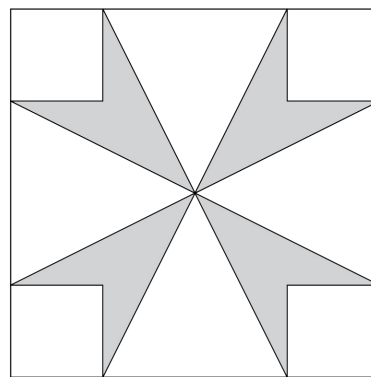


obr. 59

75. Určete obsah vyšrafovaného útvaru zobrazeného na obr. 60. Útvar je tvořen třemi čtverci o straně délky a vzájemně otočenými o 30° .



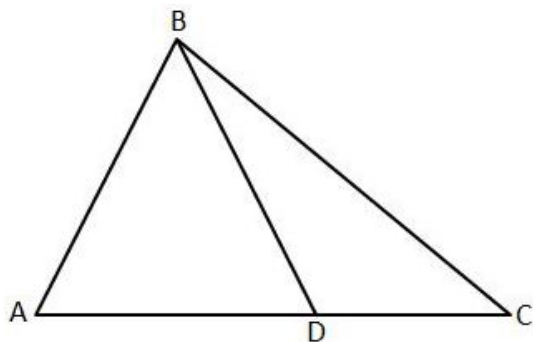
obr. 60



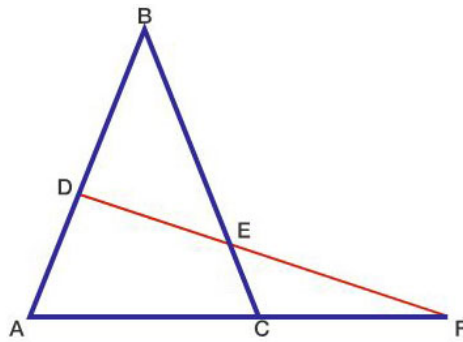
obr. 61

76. Určete obsah a obvod vyšrafovaného útvaru zobrazeného na obr. 61. Délka strany velkého čtverce je 4 cm, délka strany malých čtverců je 1 cm.

77. Obsah trojúhelníku ADB (viz obr. 62) je 25 j^2 a obsah trojúhelníku BDC je 16 j^2 . Jaký je poměr délek úseček AD a DC?



obr. 62

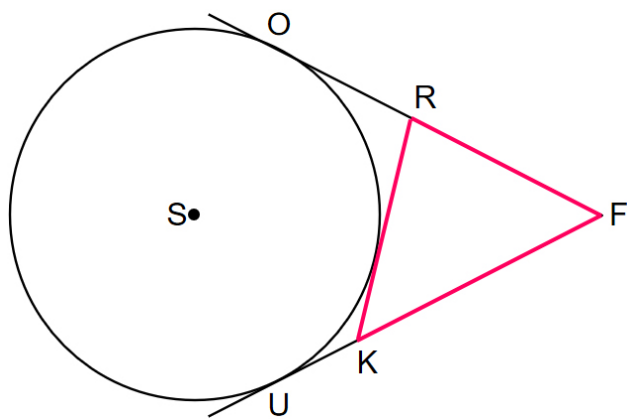


obr. 63

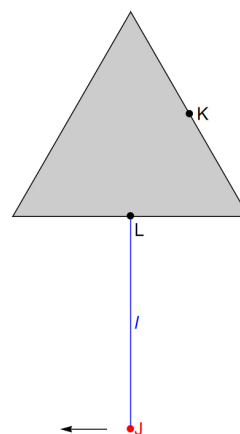
78. V útvaru na obr. 63 platí: $|AB| = |CB|$, $|AD| = 5 \text{ j}$, $|CE| = 3 \text{ j}$ a $|EF| = 8 \text{ j}$. Určete délku úsečky DE.

79. Určete obvod trojúhelníku FRK, jestliže délka úsečky FO je 22 j . Přímký FO a FU jsou tečny kružnice zobrazené na obr. 64.

80. Na obr. 65 je zobrazena stodola, jejíž půdorys má tvar rovnostranného trojúhelníku, stojící na pozemku s neposečenou vysokou travou. V bodě L je uvázáno lano o délce $l = 24 \text{ m}$, které drží napnuté Jarda stojící v bodě J. Jarda se začne pohybovat ve směru šipky tak, že lano drží stále napnuté a vodorovné. Svůj pohyb skončí i s lanem v bodě K. Jaká je plocha lanem uválené trávy? Body L a K jsou ve středech příslušných stran půdorysného obrysu stodoly.

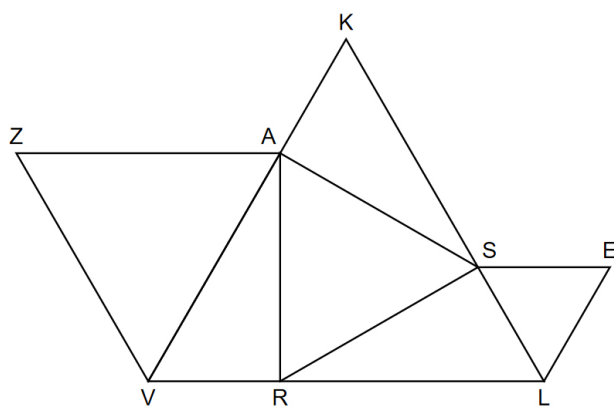


obr. 64

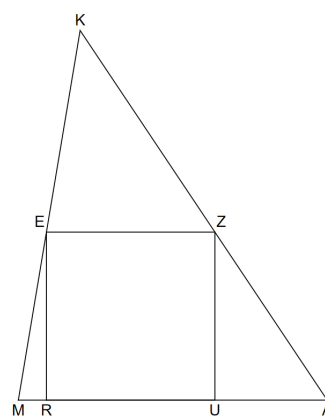


obr. 65

81. Na obr. 66 jsou zobrazeny čtyři rovnostranné trojúhelníky VLK, VAZ, RSA a LES. Určete poměr obsahů trojúhelníků VAZ a LES.



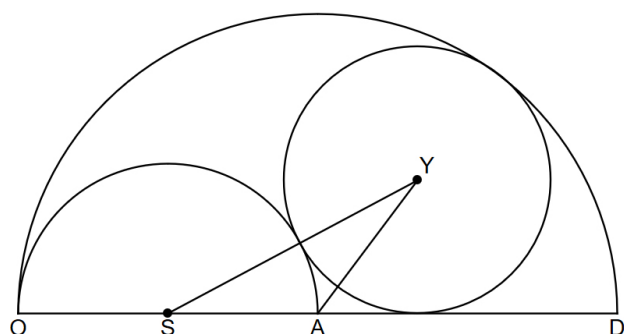
obr. 66



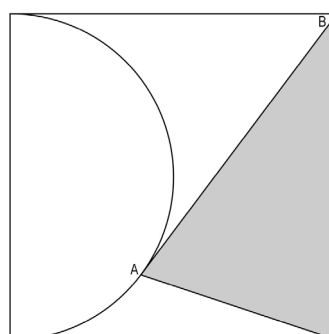
obr. 67

82. Do trojúhelníku MAK, jehož strana MA má délku b a výška na tuto stranu má délku h , je vepsán čtverec RUZE (viz obr. 67). Určete: a) délku strany čtverce RUZE, b) obsah tohoto čtverce, c) délku úsečky MR.

83. Do polokružnice se středem A a poloměru 4 j je vepsána další polokružnice se středem S a kružnice se středem Y (viz obr. 68). Určete obsah trojúhelníka SAY.

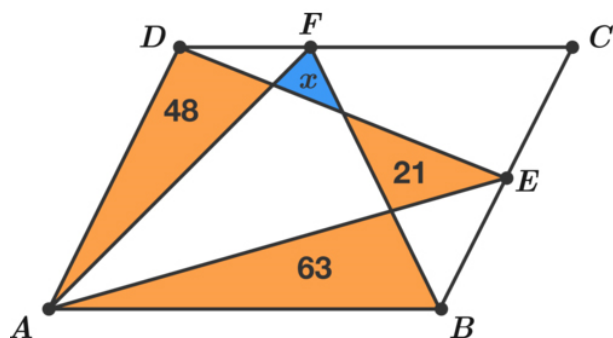


obr. 68

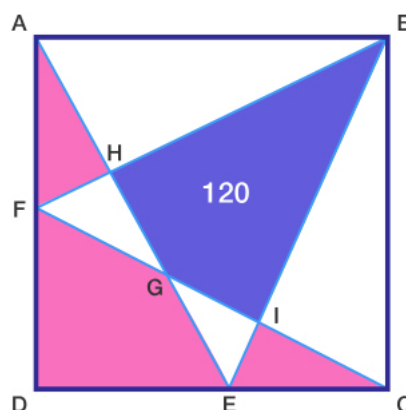


obr. 69

85. Pravoúhlý trojúhelník PLK s pravým úhlem při vrcholu P má obsah $0,5 j^2$. Vnitřní úhel při vrcholu L je α a vnitřní úhel při vrcholu K je β . Určete hodnotu výrazu $\frac{l^2}{\operatorname{tg} \alpha} + \frac{k^2}{\operatorname{tg} \beta}$.



obr. 70



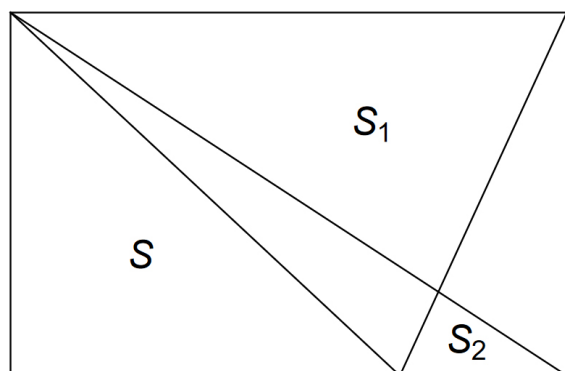
obr. 71

86. V trojúhelníku LHC leží navzájem kolmé těžnice LU a HV; přitom $|LU| = 9 \text{ cm}$ a $|HV| = 12 \text{ cm}$. Určete obvod a obsah trojúhelníka LHC.

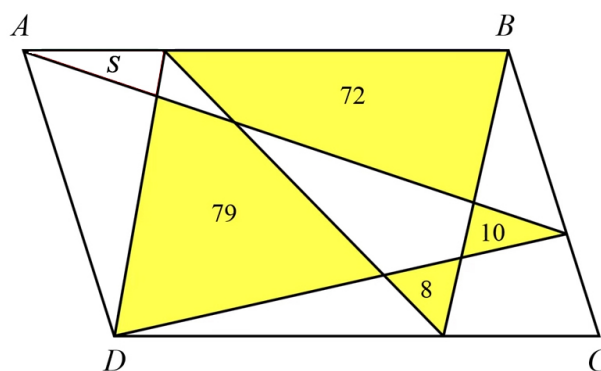
87. Rovnoběžník ABCD je rozdělen na osm částí (viz obr. 70), z nichž tři mají obsah $48 j^2$, $21 j^2$ a $63 j^2$. Jaký je obsah části označené symbolem x ?

88. Čtverec je rozdělen na několik částí (viz obr. 71), přičemž obsah čtyřúhelníku BHGI je $120 j^2$. Jaký je součet obsahů útvarů AHF, FDEG a IEC?

89. Určete obsah S trojúhelníka, jestliže $S_1 = 9 \text{ cm}^2$ a $S_2 = 1 \text{ cm}^2$ (viz obr. 72).



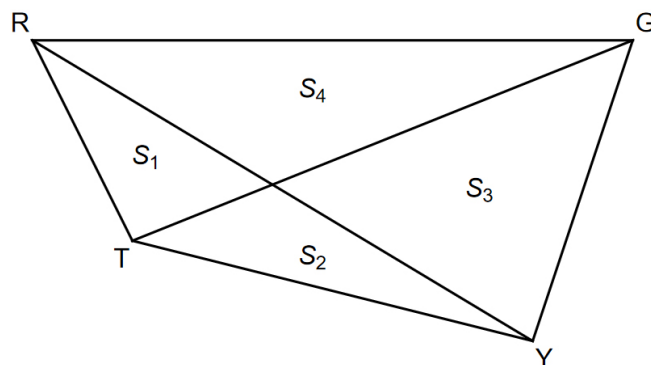
obr. 72



obr. 73

90. Vypočtete obsah S trojúhelníku, který je částí rovnoběžníku ABCD (viz obr. 73). Čísla zapsaná v jednotlivých obrazcích určují obsah daného obrazce ve čtverečních jednotkách.

91. Ve čtyřúhelníku TYGR (viz obr. 74) platí: $S_1 = 3 \text{ j}^2$, $S_2 = 6 \text{ j}^2$ a $S_4 = 9 \text{ j}^2$. Určete obsah čtyřúhelníku TYGR.



obr. 74

92. V pravoúhlém lichoběžníku KURE s pravými úhly u vrcholů U a R platí: $|KU| = 2u + 3$, $|UR| = u + 4$, $|RE| = u + 1$ a $|EK| = 2|RE|$. Určete číselně obsah tohoto lichoběžníku (tj. ve výsledku nesmí být proměnná u).

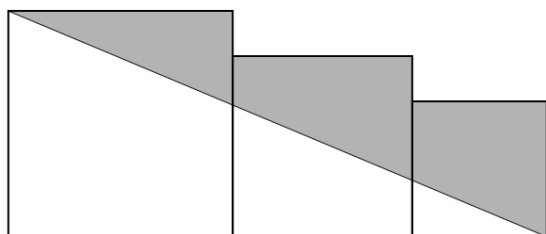
93. Trojúhelník UFO má délky stran 13 j, 13 j a 10 j, trojúhelník DEN má délky stran 13 j, 13 j a 24 j. Porovnejte navzájem obsahy obou trojúhelníků.

94. Do rovnostranného trojúhelníku s délkou stranou a je vepsána kružnice a do ní další rovnostranný trojúhelník. Jaký je poměr obvodů a obsahů malého a velkého rovnostranného trojúhelníka?

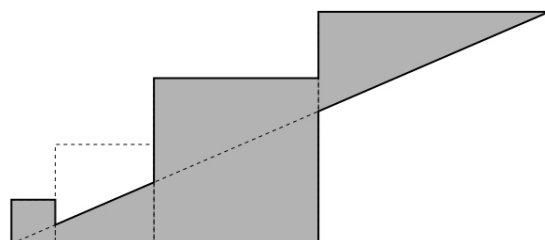
95. Jaký je největší možný obsah rovnoramenného trojúhelníka s délkami ramen 2 j?

96. Určete obvod a obsah vyšrafovaného obrazce zobrazeného na obr. 75, jestliže délky stran čtverců jsou 5 j, 4 j a 3 j.

97. Určete obvod a obsah vyšrafovaného obrazce zobrazeného na obr. 76, jestliže délky stran čtverců jsou 4 j, 9 j, 15 j a 21 j.



obr. 75



obr. 76

98. Délka strany největšího čtverce zobrazeného na obr. 77 je b . Jaký je obsah vyšrafovaného čtverce zobrazeného na obrázku?

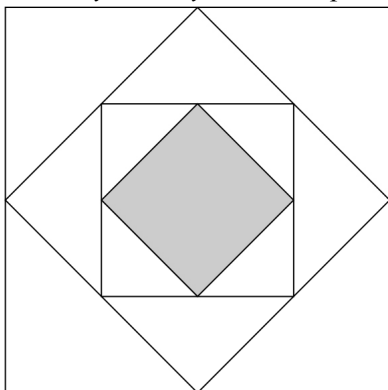
99. Jaký je poměr $S_1 : S_2$ obsahů dvou čtverců zobrazených na obr. 78? Délka strany velkého čtverce je a .

100. Kolik procent obsahu rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníka s délkou ramene a tvoří vyšrafovaný čtverec zobrazený na obr. 79?

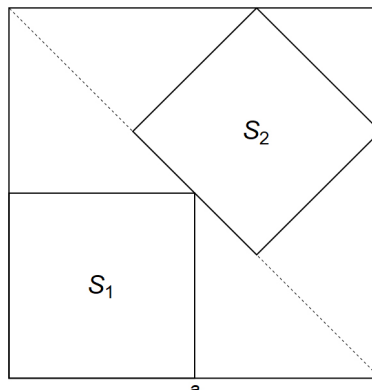
101. Jakou část obsahu rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníka s délkou ramene b tvoří vyšrafovaný čtverec zobrazený na obr. 80?

102. Má-li čtverec vepsaný do rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníka zobrazený na obr. 79 obsah 81 cm^2 , jaký obsah má čtverec vepsaný do téhož trojúhelníka zobrazený na obr. 80?

103. Má-li čtverec vepsaný do rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníka zobrazený na obr. 80 obsah 144 cm^2 , jaký obsah má čtverec vepsaný do téhož trojúhelníka zobrazený na obr. 79?

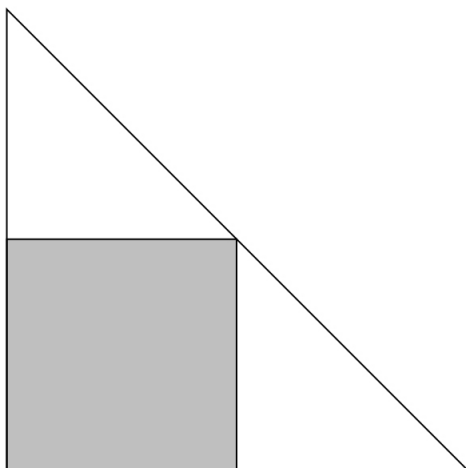


obr. 77

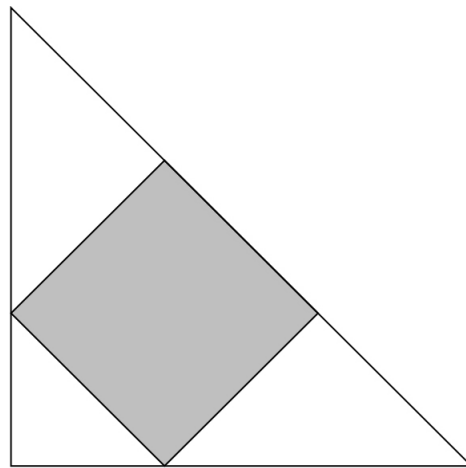


obr. 78

104. Jakou část obsahu trojúhelníka tvoří vyšrafovaná část zobrazená a) na obr. 81, b) na obr. 82?

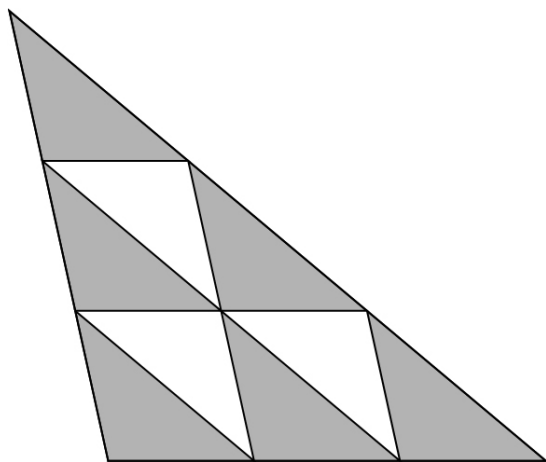


obr. 79

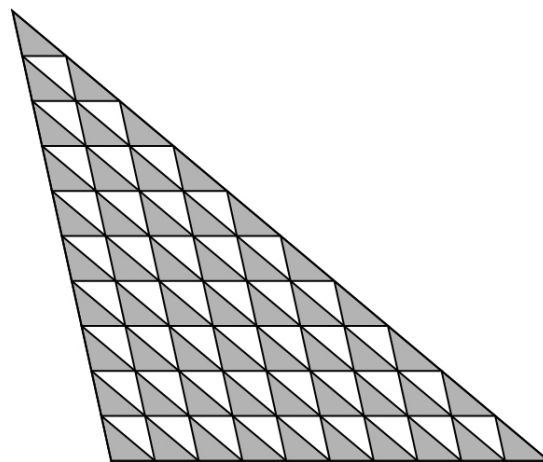


obr. 80

105. V obdélníku AIDS je vedena z bodu S kolmice na úhlopříčku AD a protne jí v bodě X. Úhlopříčka AD je přitom bodem X rozdělena v poměru 1:4. Určete obsah obdélníka AIDS, je-li délka úsečky SX rovna 5 cm.



obr. 81

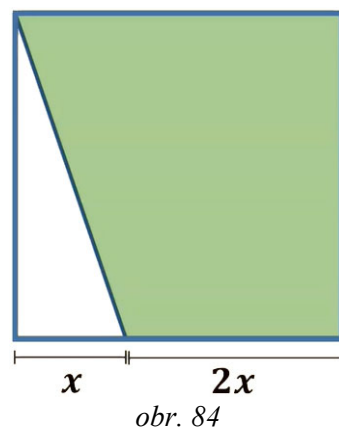
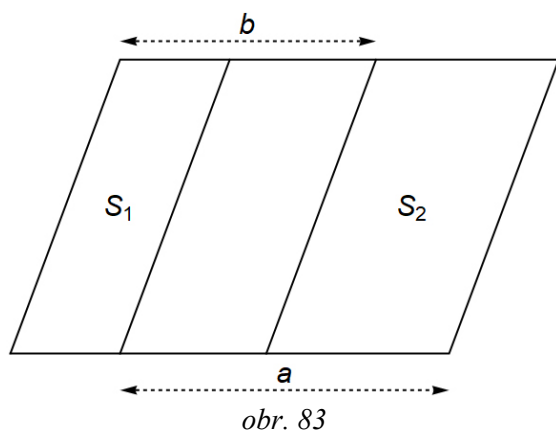


obr. 82

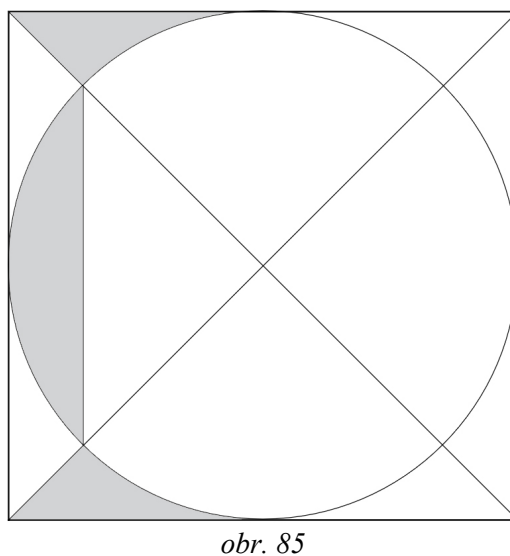
106. V rovnoramenném trojúhelníku ODS se základnou OD je sestrojena výška SP na základnu trojúhelníka. Z bodu P je pak vedena kolmice na stranu DS. Uvažovaná kolmice protíná stranu DS v bodě Y. Určete délku úsečky DY, délku úsečky PY, obvod a obsah trojúhelníka PDY a úhel, který svírá úsečka PY se stranou OD. Základna trojúhelníka ODS má délku 12 cm a jeho rameno má délku $4 \cdot \sqrt{3}$ cm.

107. Rodiče postavili dětem bazén, jehož půdorys měl tvar čtverce. V každém rohu bazénu pak zasadili stromek. Když děti dospěly a měly vlastní děti, rodiče se rozhodli bazén zvětšit tak, aby měl dvojnásobný půdorys. Půdorys musí být opět čtvercový a původní bazén musí být součástí nového. Jaký bude půdorys nového bazénu, jestliže stromy mají zůstat na svém místě?

108. Určete obsah zbývající části rovnoběžníku zobrazeného na obr. 83, jestliže $a = 10$ j, $b = 7$ j, $S_1 = 12$ j² a $S_2 = 24$ j².

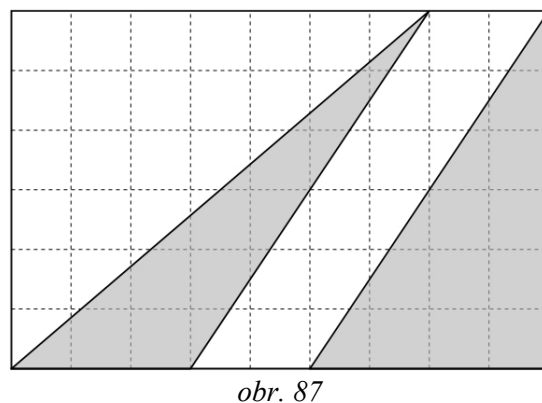
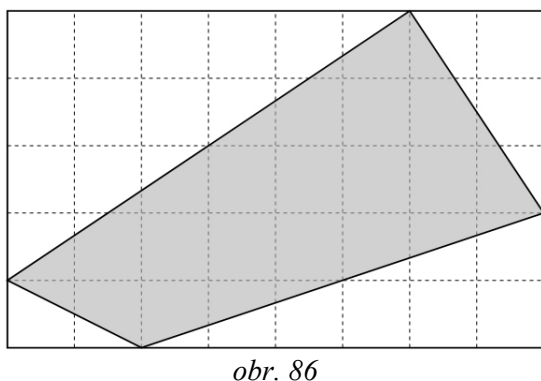


110. Určete obsah vyšrafovaného útvaru ve čtverci zobrazeného na obr. 85, jehož obsah je 25 j².



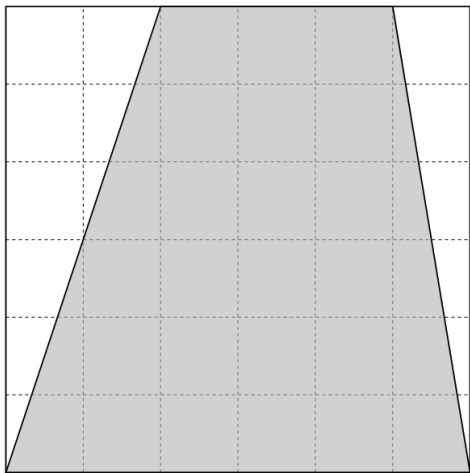
111. Vypočítejte obsah vyšrafovaného útvaru zobrazeného na obr. 86. Délka strany malého čtverce je 1 j.

112. Jakou část obdélníku zaujímá vyšrafovaný útvar zobrazený na obr. 87? Délka strany malého čtverce je u .

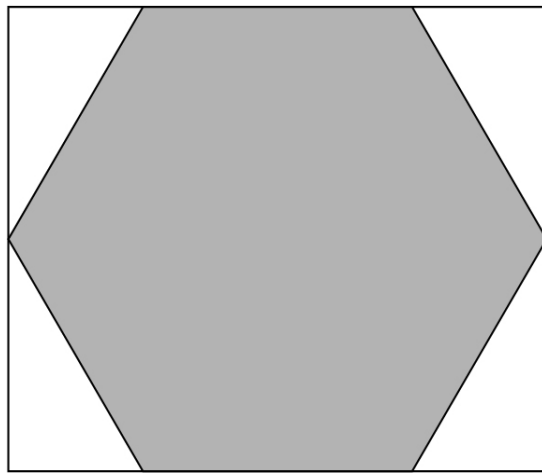


113. Vypočítejte obsah vyšrafovaného útvaru zobrazeného na obr. 88; délka strany malého čtverce rovna b .

114. Jakou část obsahu obdélníku tvoří vyšrafovaný pravidelný šestiúhelník o straně délky b (viz obr. 89)?



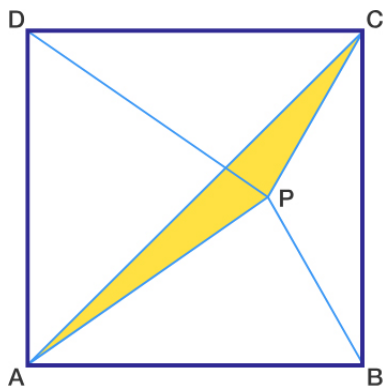
obr. 88



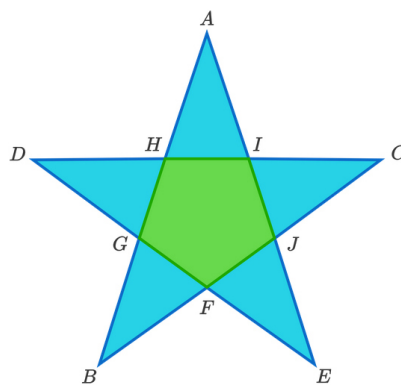
obr. 89

115. Určete obsah trojúhelníka APC ve čtverci ABCD, jestliže $|PB| = 23$ j a $|PD| = 29$ j (viz obr. 90).

116. Útvar zobrazený na obr. 91 má obvod 50 j a vnitřní pětiúhelník má obvod 30 j. Jaký je součet délek úseček AB, BC, CD, DE a EA? Jaký je obsah vnitřního pětiúhelníku? Jaký je obsah celého obrazce?

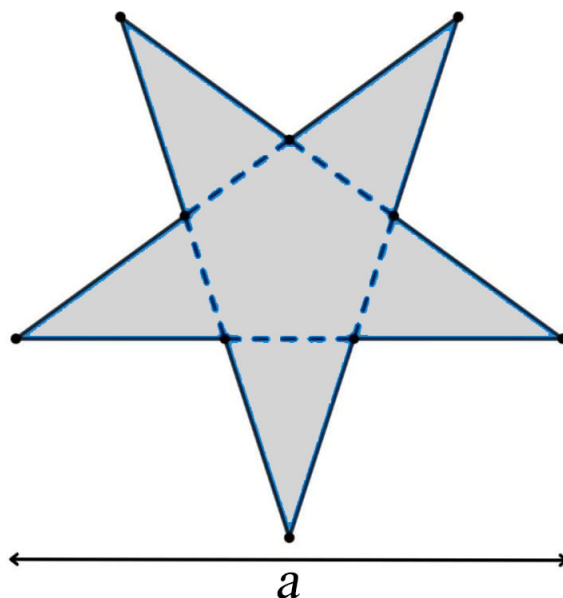


obr. 90



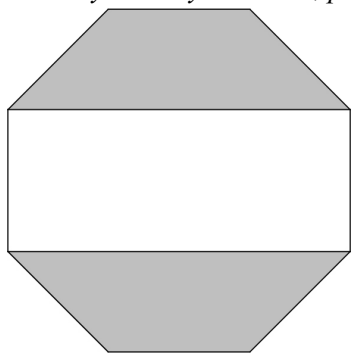
obr. 91

117. Určete obvod a obsah pravidelného pětiúhelníku zobrazeného na obr. 92.

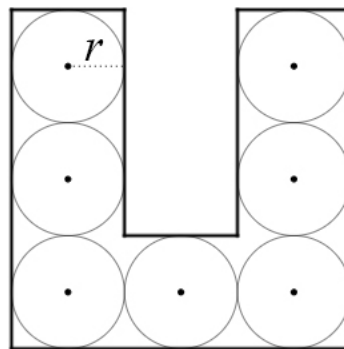


obr. 92

118. Jakou část pravidelného osmiúhelníku tvoří vyšrafovaný obrazec zobrazený na obr. 93? Délka strany osmiúhelníku je s .

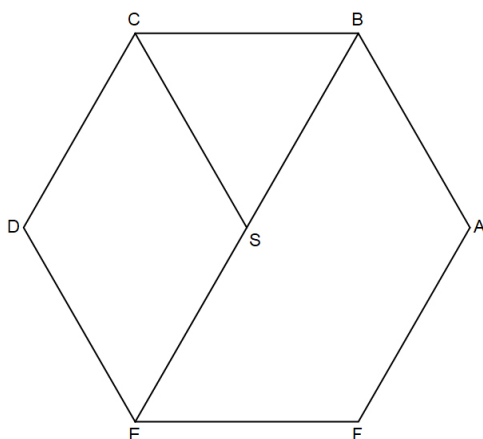


obr. 93

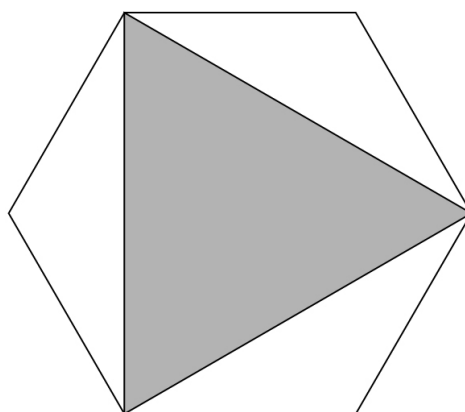


obr. 94

119. Je-li obsah trojúhelníka SBC roven 3 j^2 , jaký je obsah lichoběžníku EFAB (viz obr. 95)?
120. Určete obvod a obsah vyšrafovaného trojúhelníka v pravidelném šestiúhelníku (viz obr. 96). Délka strany šestiúhelníku je b .

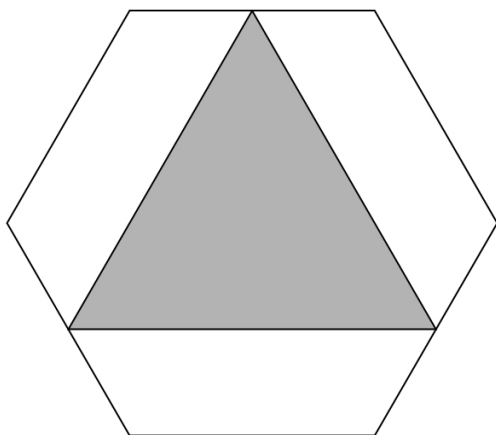


obr. 95

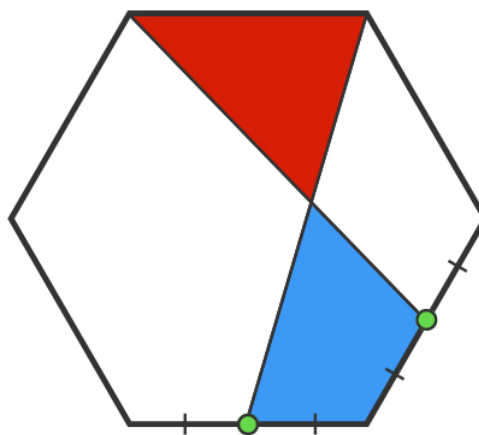


obr. 96

121. Jakou část obsahu pravidelného šestiúhelníku o straně délky c tvoří vyšrafovaný trojúhelník zobrazený na obr. 97. Vrcholy trojúhelníka leží ve středech stran šestiúhelníku.
122. Dva zelenými kroužky označené body v pravidelném šestiúhelníku se stranou délky a jsou středy příslušných stran tohoto šestiúhelníku (viz obr. 98). Určete obsahy obou vyšrafovaných útvarů.

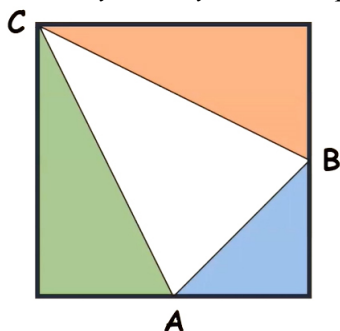


obr. 97

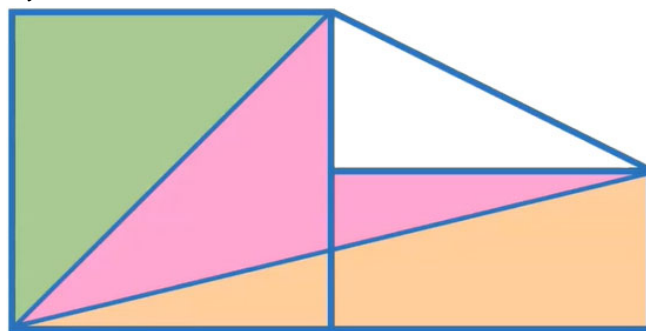


obr. 98

123. Útvar zobrazený na obr. 94 je vyplněn 7 kruhy o poloměru r . Jaký je obvod a obsah daného útvaru?
124. Čtverec zobrazený na obr. 99 má obsah 36 j^2 a body A a B jsou středy jeho příslušných stran. Jaký je obsah trojúhelníka ABC?
125. Každý z vyšrafovaných útvarů zobrazených na obr. 100 má plochu 12 j^2 . Jaká je plocha nevyšrafovaného trojúhelníku?



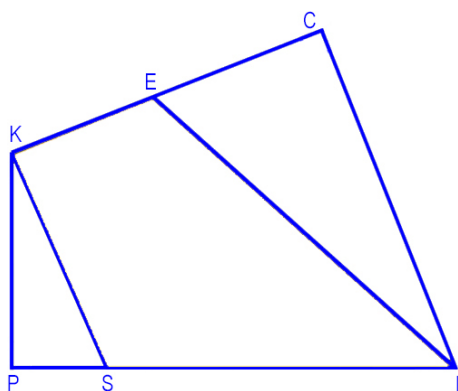
obr. 99



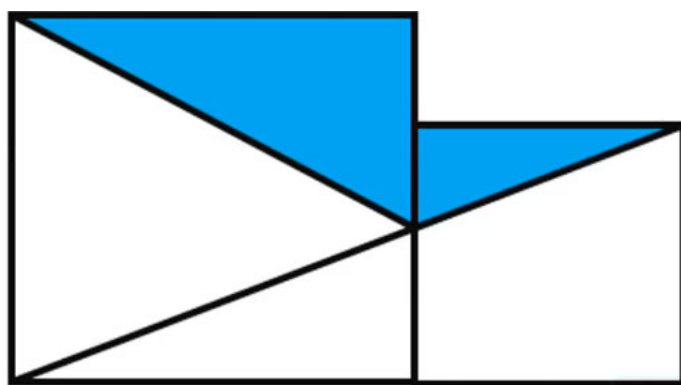
obr. 100

126. Určete obsah čtyřúhelníku SIEK (viz obr. 101), jestliže $|SI| = 6$ j, $|IC| = 8$ j, $|EK| = 3$ j a $|KP| = 5$ j. Úhly při vrcholech P a C jsou pravé.

127. Určete obsah vyšrafované oblasti útvaru zobrazeného na obr. 102, jsou-li délky stran čtverců 14 j a 12 j.



obr. 101

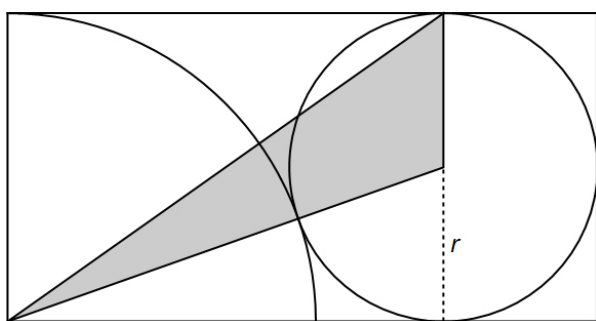


obr. 102

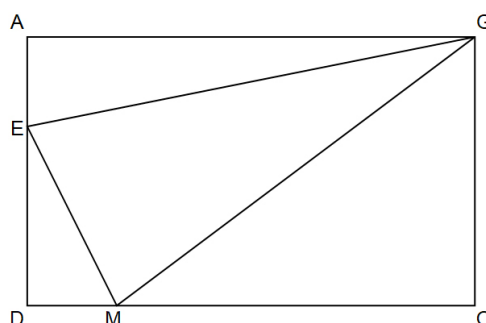
128. Úsečka rovnoběžná s jednou stranou rovnostranného trojúhelníka dělí tento trojúhelník na rovnostranný trojúhelník a lichoběžník. Určete poměr obsahů menšího trojúhelníka a lichoběžníku, mají-li tyto útvary stejný obvod.

129. Určete obsah vyšrafovaného útvaru zobrazeného na obr. 103, jestliže $r = 1$ cm.

130. Obsah obdélníka DOGA zobrazeného na obr. 104 je 216 cm^2 , obsah trojúhelníku GEM je 80 cm^2 a délka úsečky AE je 4 cm. Určete délku úsečky MO.



obr. 103

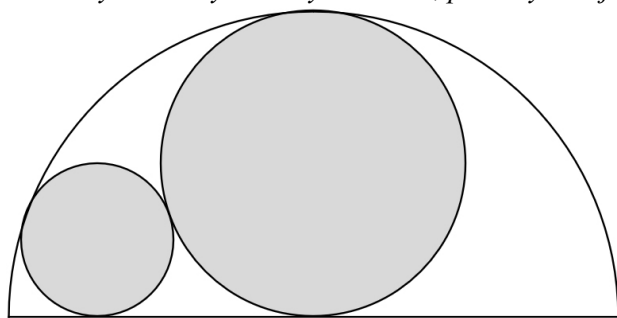


obr. 104

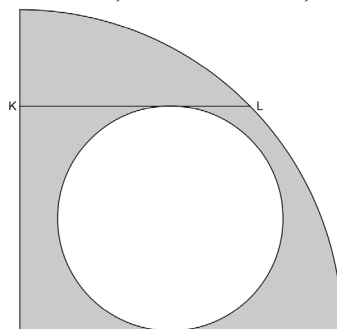
131. Určete celkovou délku řemenu nataženého kolem dvou kol zobrazených na obr. 105. Délka části řemenu UV je dlouhá $24\sqrt{3}$ cm a poloměry kol jsou v poměru 3:1.

132. Páka AB je otočná kolem osy procházející bodem O (viz obr. 106). Rameno AO má délku $\frac{3}{2}(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ m, rameno OB má délku 3 m a v poloze zobrazené na obrázku je páka ve vzdálenosti 1,5 m od podložky. Jakou vzdálenost urazí bod B, jestliže páku sklopíme koncem A k podložce?

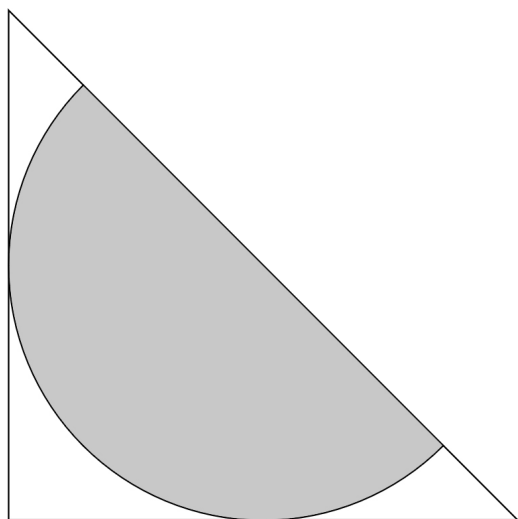
133. Určete obvod vyšrafovaného obrazce zobrazeného na obr. 107, jestliže $|KO| = 16$ j, trojúhelník OZA je rovnoramenný a platí $|KO| : |OA| = 4 : 3$.



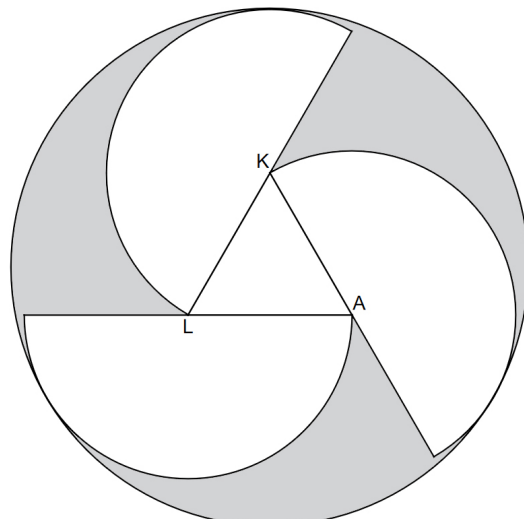
obr. 111



obr. 112

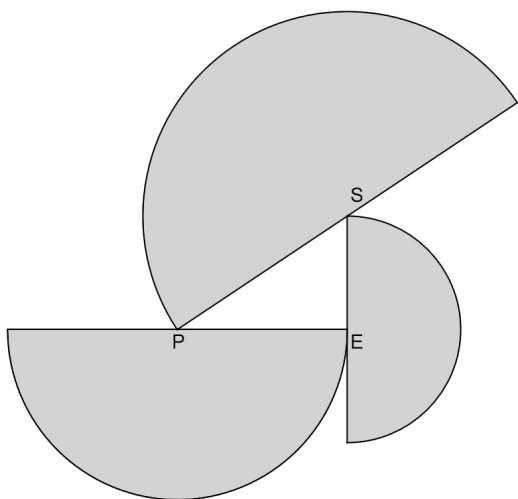


obr. 113

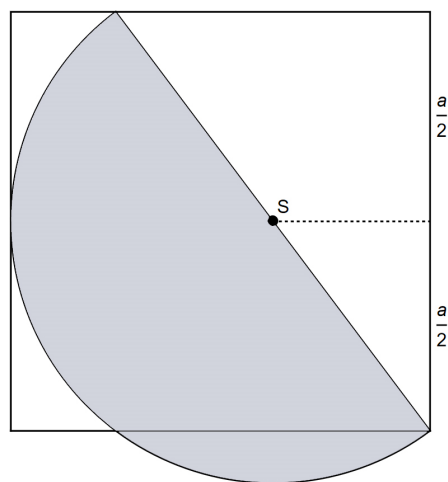


obr. 114

143. Ve čtverci o straně délky a je sestrojen půlkruh podle obr. 116. Určete obsah tohoto půlkruhu.

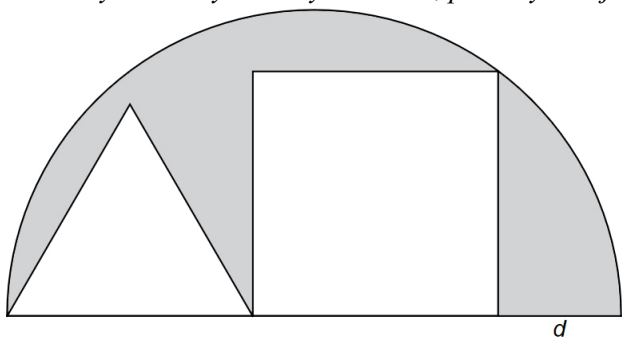


obr. 115

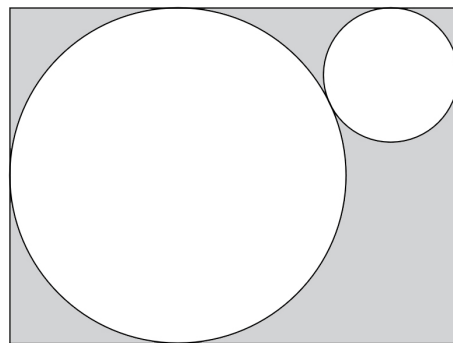


obr. 116

144. Do polokruhu na obr. 117 je vepsán rovnostranný trojúhelník a čtverec. Trojúhelník i čtverec mají stejné délky stran. Délka úsečky d je 4 cm. Určete obsah vyšrafovaného útvaru.
145. V obdélníku o rozměrech $8j$ a $6j$ jsou sestrojeny dvě kružnice podle obr. 118. Jaká je plocha vyšrafovaného útvaru?
146. Na obr. 119 je zobrazeno šest kružnic uvnitř větší kružnice. Všechny kružnice se navzájem tečně dotýkají. Určete obsah vyšrafovaného útvaru, jestliže $S_1 = 216 \cdot \sqrt{3} - 72\pi j^2$.
147. Na obr. 120 je zobrazen pravidelný pětiúhelník a šest stejných kružnic. Jaká část obsahu pětiúhelníku je vyšrafovaná?

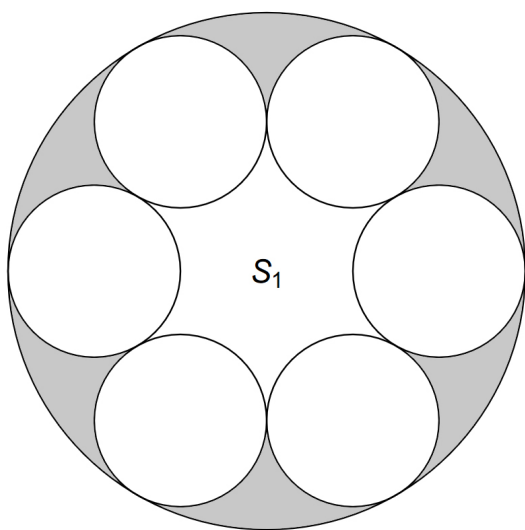


obr. 117

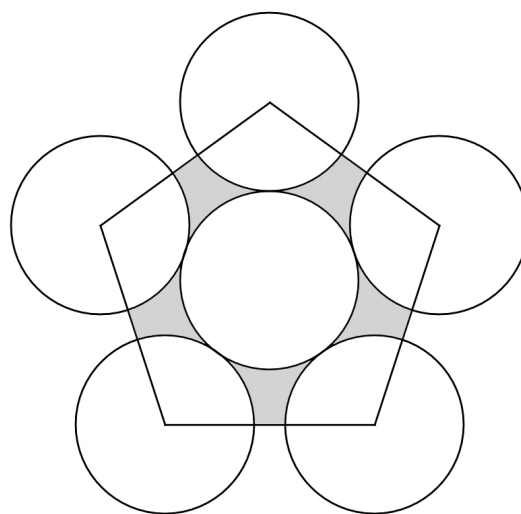


obr. 118

148. Vypočítejte poloměr kružnic vepsaných do pravoúhlého trojúhelníka KOP, jestliže $|KO| = 12$ cm a $|KP| = 9$ cm (viz obr. 121).

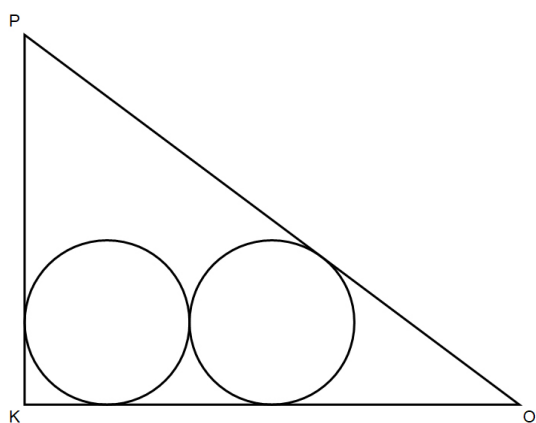


obr. 119

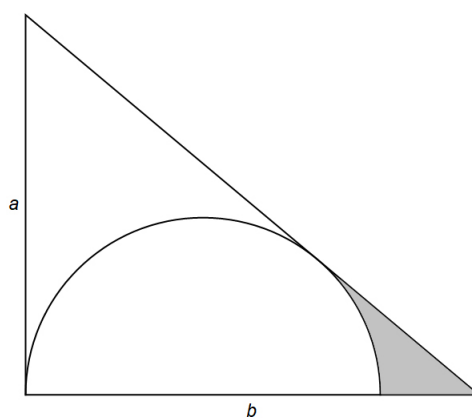


obr. 120

149. Vypočítejte obsah vyšrafované části pravoúhlého trojúhelníka o stranách délky $a = 3$ j a $b = \sqrt{3}$ j zobrazené na obr. 122.

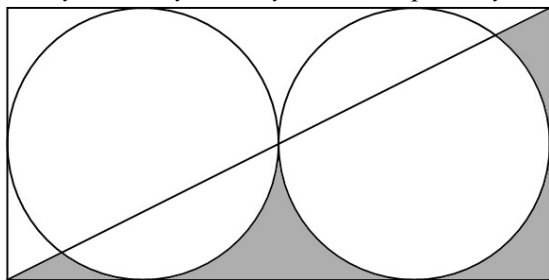


obr. 121

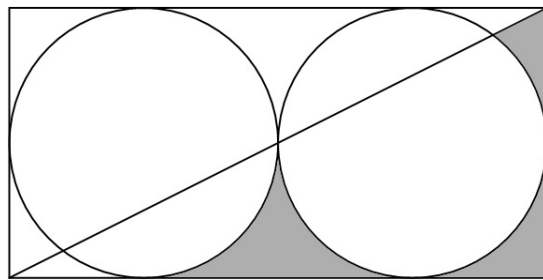


obr. 122

150. Vypočítejte obsah vyšrafovaného obrazce zobrazeného na obr. 123. Délka strany obdélníka je u , jeho šířka je v a platí $u = 2v$.
151. Vypočítejte obsah vyšrafovaného obrazce zobrazeného na obr. 124. Délka strany obdélníka je u , jeho šířka je v a platí $u = 2v$.
152. Rovnostrannému trojúhelníku RSA je opsána a vepsána kružnice. Jaký je poměr obsahů červeného a modrých útvarů (viz obr. 125)?

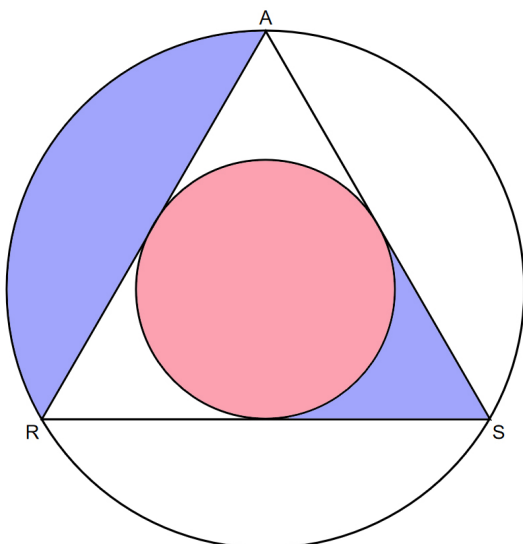


obr. 123

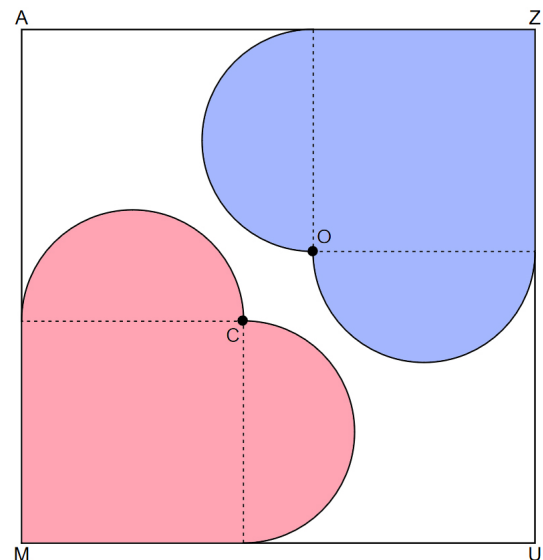


obr. 124

153. Útvary ve tvaru srdce ve čtverci MUZA o straně délky a jsou tvořeny čtvercem a dvěma polokruhy (viz obr. 126). Oba útvary ve tvaru srdce i zbývající nevyšrafovaná plocha mají stejný obsah. Určete vzdálenost bodů C a O.



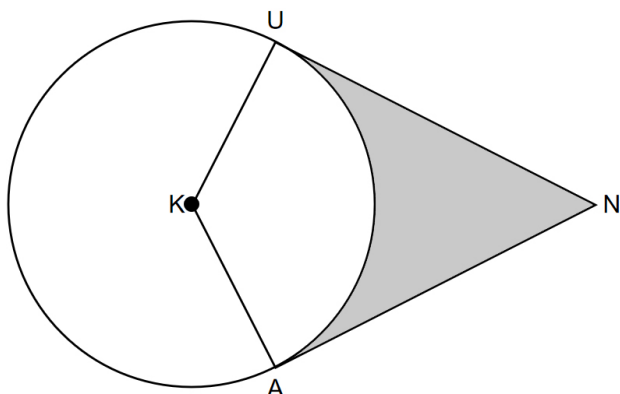
obr. 125



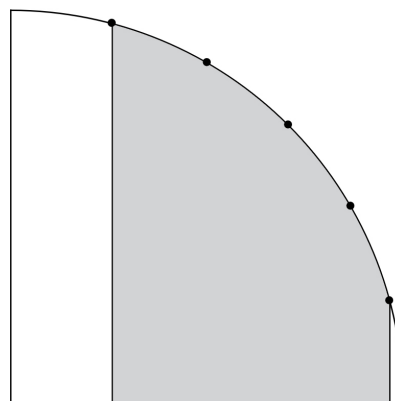
obr. 126

154. Úsečky NU a NA jsou tečny ke kružnici se středem K a poloměrem 3 j sestrojené v jejích bodech U a A. Velikost úhlu ANU je 60° . Určete obsah vyšrafovaného obrazce zobrazeného na obr. 127.

155. Určete obsah vyšrafovaného útvaru, který je vepsán do čtvrtkruhu o poloměru 6 j (viz obr. 128). Rovné čáry ohraničující útvar jsou na sebe navzájem kolmé a dělení hraniční čtvrtkružnice je rovnoměrné.



obr. 127

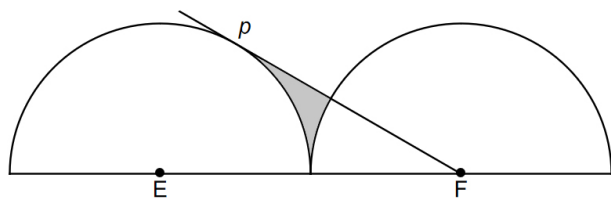


obr. 128

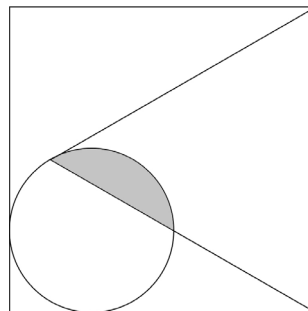
156. Určete obsah vyšrafované plochy zobrazené na obr. 129. Obě polokružnice mají poloměr r a přímka p je tečnou kružnice se středem E.

157. Do čtverce se stranou délky v je vepsán rovnostranný trojúhelník a kružnice (viz obr. 130). Určete obsah vyšrafovaného útvaru.

158. V kartézské soustavě souřadnic je zakreslena čtvrtkružnice se středem v počátku této soustavy (viz obr. 131). Bod B dělí úsečku SA na dvě části SB a BA, které mají po řadě délky 4 j a 3 j. Určete délku úsečky BD.



obr. 129



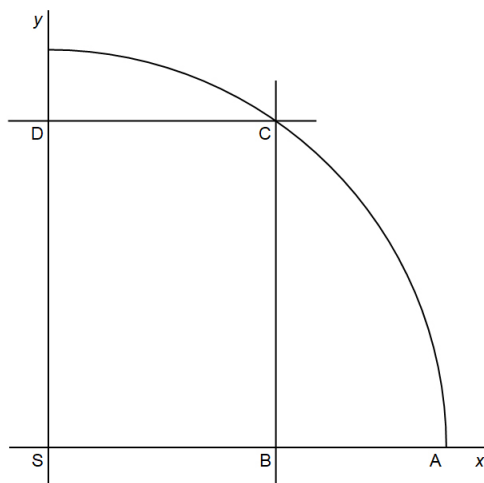
obr. 130

159. Do kružnice o poloměru šest centimetrů je vepsán obdélník s délkami stran v poměru $1:\sqrt{3}$. Spojením středů sousedních stran obdélníka získáme kosočtverec (viz obr. 132). Určete délku strany tohoto kosočtverce a jeho obsah.

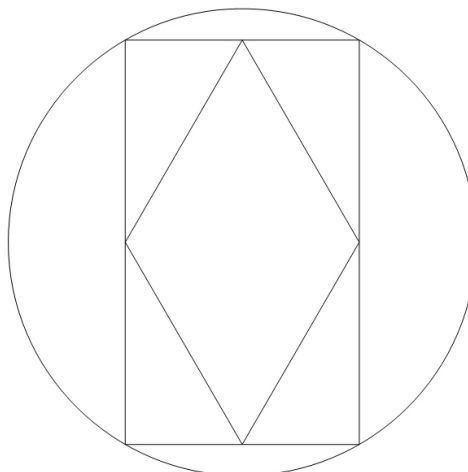
160. Jednou z řeckých úloh je úloha o čtverci, který má stejný obsah jako kruh. Je-li poloměr kruhu r , jak dlouhá je v tomto případě strana čtverce?

161. Kruh s poloměrem r má stejný obsah jako čtverec (viz obr. 133). Určete obvod a obsah vyšrafovaného útvaru.

162. Čtverec a kruh mají stejný obvod. Který z těchto obrazců má větší obsah? Zdůvodněte.

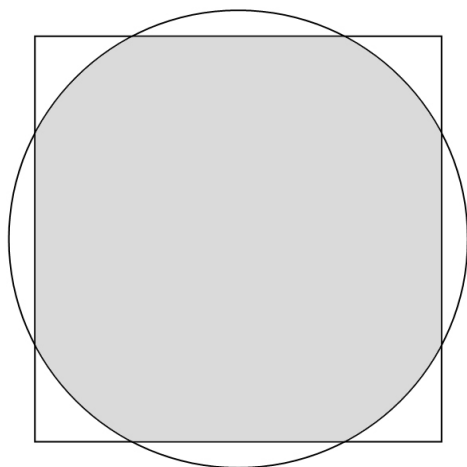


obr. 131

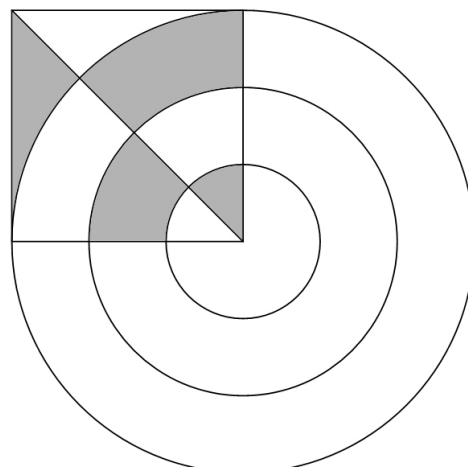


obr. 132

163. Rovnostranný trojúhelník, čtverec, pravidelný pětiúhelník, pravidelný šestiúhelník, pravidelný osmiúhelník a kruh mají stejný obvod. Který z útvarů má nejmenší obsah? Zdůvodněte.



obr. 133



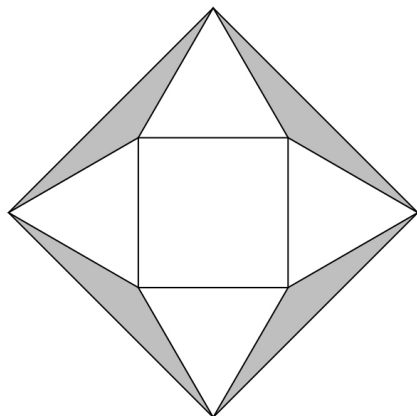
obr. 134

164. Vypočítejte obsah vyšrafovaného obrazce zobrazeného na obr. 134, mají-li zobrazené kružnice střed ve vrcholu čtverce. Řešte za předpokladu, že je dáno: a) délka strany čtverce a , b) poloměr r nejmenší kružnice.

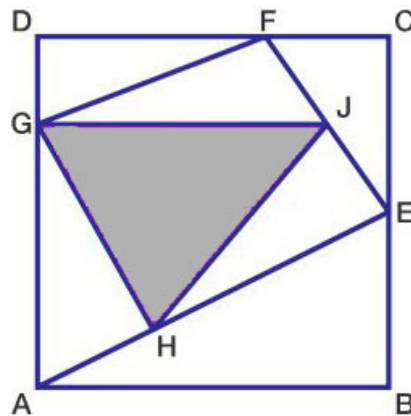
165. Vypočtete obsah vyšrafovaného čtverce (viz obr. 137) v závislosti na parametru x , je-li délka strany původního čtverce a .

166. Obsah malého čtverce zobrazeného na obr. 135 je 12 j^2 a kolem něj jsou čtyři rovnostranné trojúhelníky. Jaký je obsah vyšrafovaného obrazce?

167. Ve čtverci KLMN, jehož strana má délku 2 j , je bod E střed strany KL a bod F střed strany KN. Bod G dělí úsečku FM tak, že platí $|MG| : |FG| = 3 : 2$. Jaký je obsah trojúhelníka GEL?

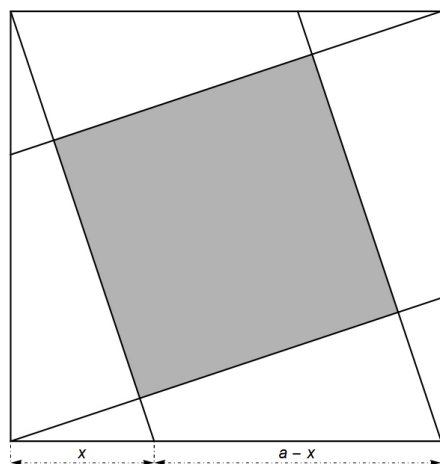


obr. 135

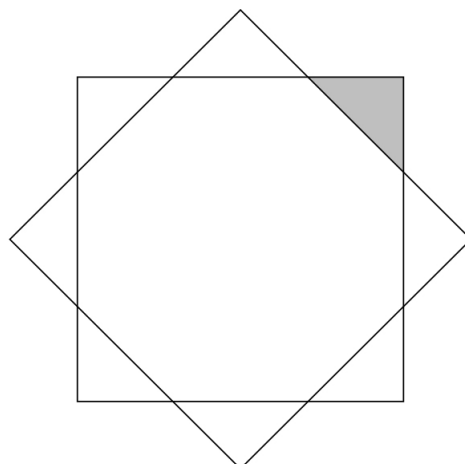


obr. 136

168. Čtverec ABCD (viz obr. 136) má stranu délky 12 j . Bod E je střed strany CB a dále platí: $|FC| = \frac{1}{3}|DC|$, $|GD| = \frac{1}{4}|DA|$, $|AH| = \frac{1}{3}|AE|$ a bod J je střed strany FE. Jaký je obsah trojúhelníka GHJ?

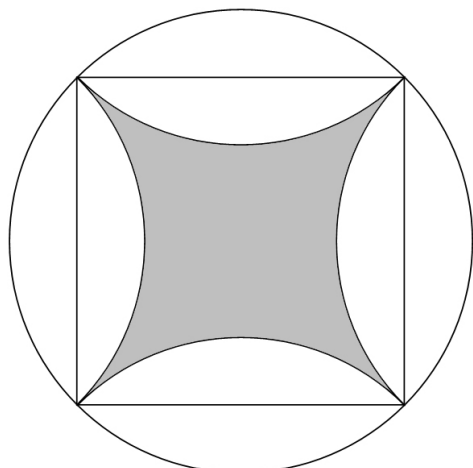


obr. 137

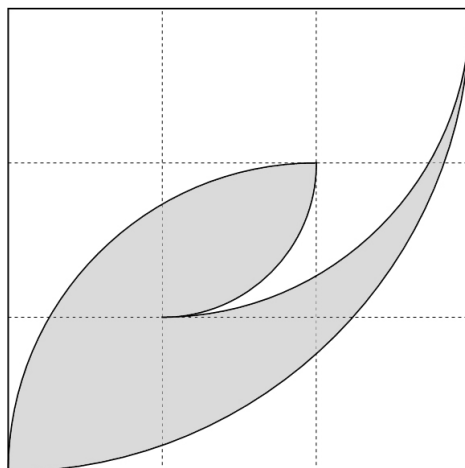


obr. 138

169. Vypočtete obvod a obsah vyšrafovaného obrazce zobrazeného na obr. 138. Délka strany čtverce je a .



obr. 139



obr. 140

170. Vypočtete obsah a obvod celého obrazce zobrazeného na obr. 138. Délka strany čtverce je a .

171. Kolik procent obsahu čtverce s délkou strany a tvoří obsah vyšrafovaného obrazce zobrazeného na obr. 139?

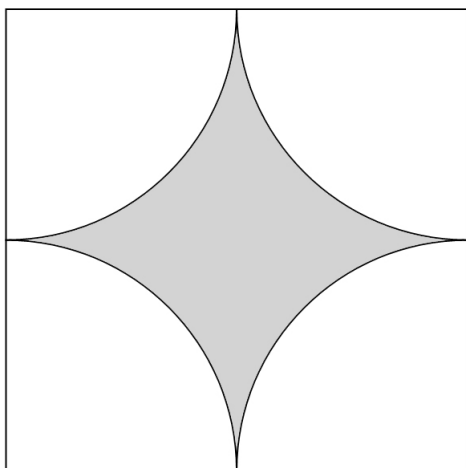
172. Určete obvod a obsah vyšrafovaného útvaru, který je ohraničen čtvrtkružnicemi (viz obr. 140). Délka strany čtverce je a .

173. Určete obvod a obsah vyšrafovaného útvaru zobrazeného na obr. 141. Délka strany čtverce je a .

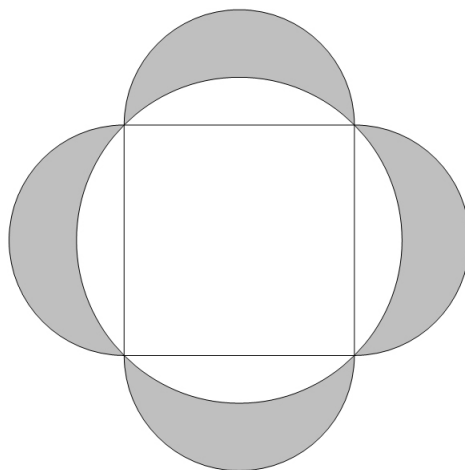
174. Čtverci o straně délky m jsou opsány dva typy kružnic – kružnice opsaná čtverci a čtyři půlkružnice nad stranami čtverce (viz obr. 142). Určete obvod a obsah vyšrafovaného útvaru.

175. Vypočtete obvod vyšrafovaného obrazce zobrazeného na obr. 143. Jakou část obsahu čtverce, který má stranu délky q , tvoří obsah vyšrafovaného obrazce?

176. Vypočtete obvod a obsah vyšrafovaného obrazce zobrazeného na obr. 144. Délka strany čtverce je b .

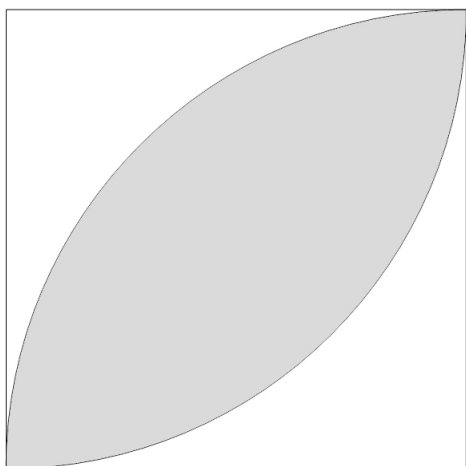


obr. 141

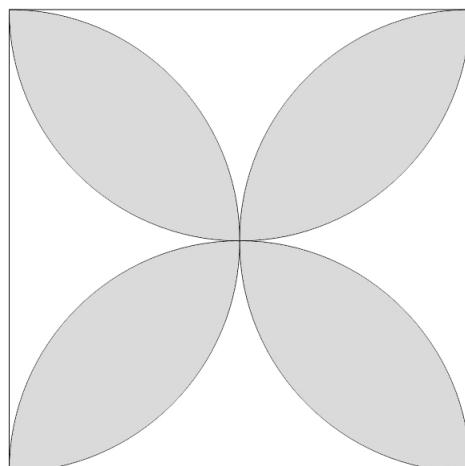


obr. 142

177. Určete obvod a obsah obrazce, který je ohraničen čtvrtkružnicí o poloměru r a dvěma půlkružnicemi do ní vepsanými (viz obr. 145).



obr. 143



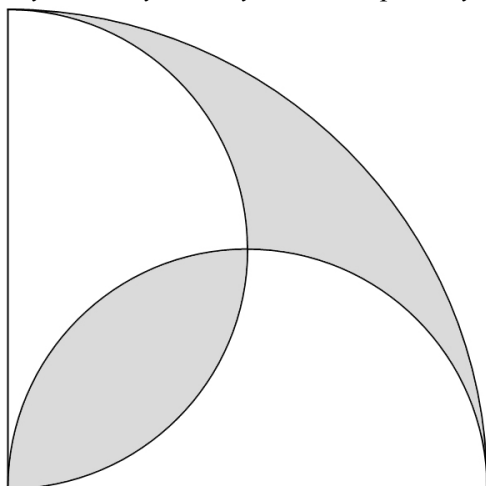
obr. 144

178. Určete obvod a obsah vyšrafovaného obrazce zobrazeného na obr. 146, jestliže $|AD| = |AE| = 14\sqrt{2}$ cm.

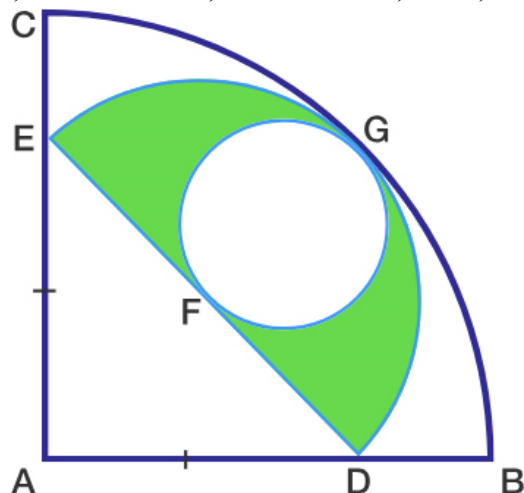
179. Vypočtete obvod a obsah vyšrafovaného obrazce zobrazeného na obr. 147. Délka strany čtverce je a .

180. Jakou část obsahu mezikruží tvoří obsah vyšrafovaného obrazce zobrazeného na obr. 148? Délka strany čtverce je a .

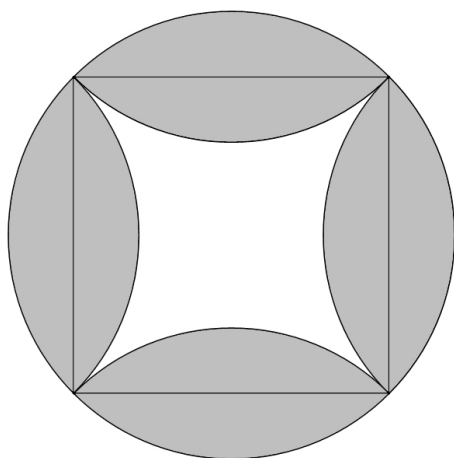
181. Jakou část tvoří vyšrafovaný obrazec na obr. 149 ve čtverci, jehož délka strany je a ? Jakou část tvoří vyšrafovaný obrazec ve čtverci se stranou délky a (viz obr. 150)?



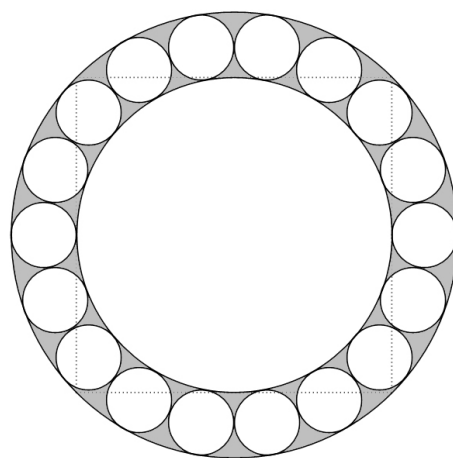
obr. 145



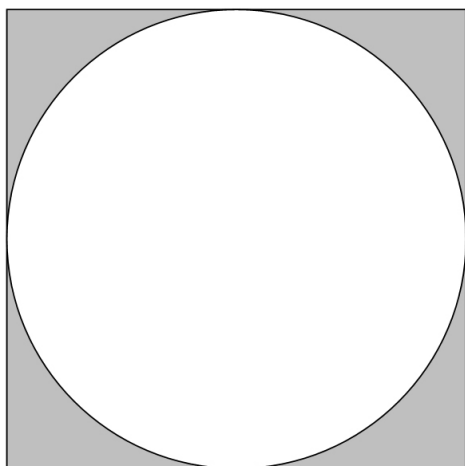
obr. 146



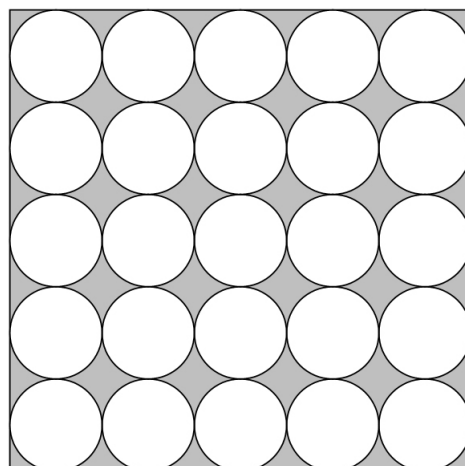
obr. 147



obr. 148

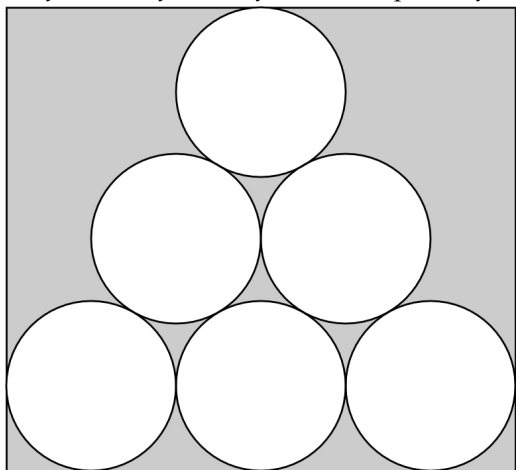


obr. 149

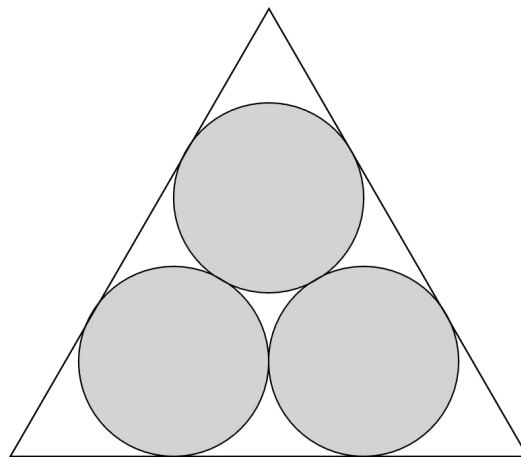


obr. 150

- 182.** Určete obsah vyšrafované části obdélníka zobrazeného na obr. 151, mají-li všechny kružnice poloměr 10 j.
- 183.** Kolik procent plochy rovnostranného trojúhelníka zobrazeného na obr. 152 je vyšrafováno? Všechny kruhy mají stejný poloměr.
- 184.** Do půlkruhu o poloměru r je vepsán čtverec. Určete obsah a obvod vyšrafované části půlkruhu (viz obr. 153).
- 185.** Do čtverce o straně délky a jsou vepsány kružnice dle obr. 154. Určete obsah vyšrafované části obrazce.

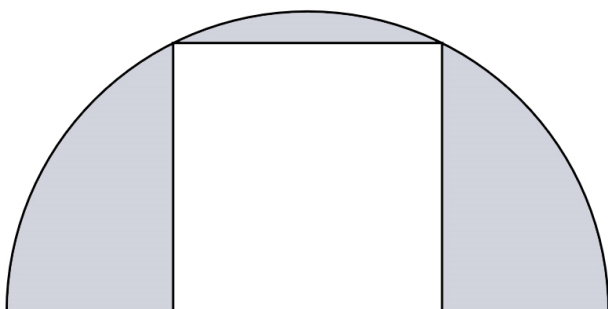


obr. 151

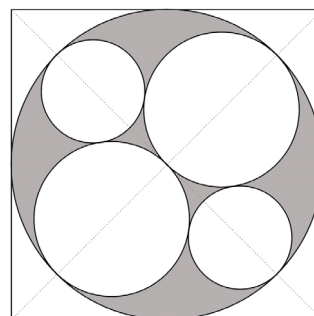


obr. 152

186. Určete obsah vyšrafovaného útvaru, který je částí čtverce o straně délky a (viz obr. 155).

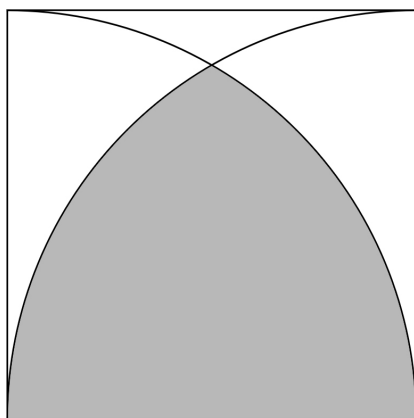


obr. 153

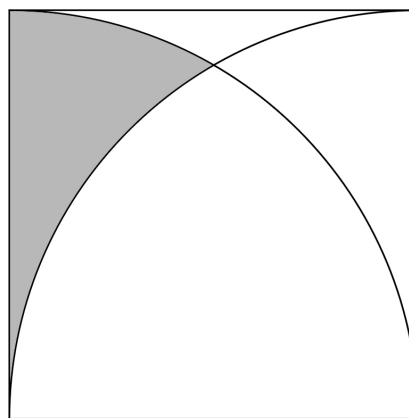


obr. 154

187. Určete obsah vyšrafovaného útvaru, který je částí čtverce o straně délky c (viz obr. 156).

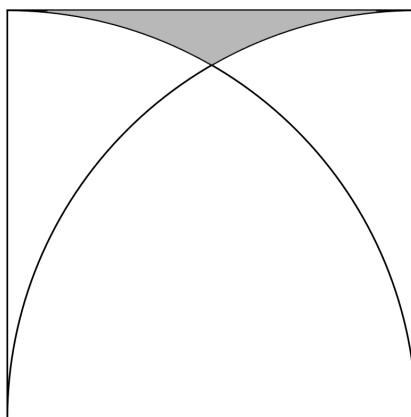


obr. 155



obr. 156

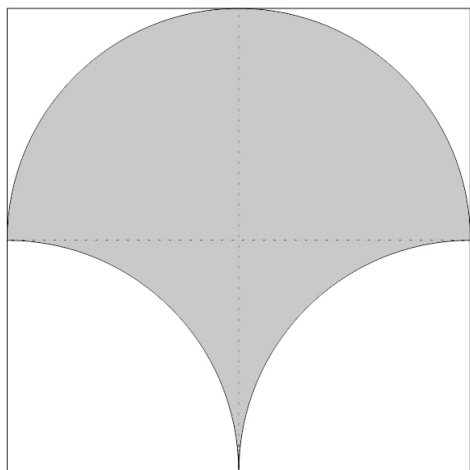
188. Určete obsah vyšrafovaného útvaru, který je částí čtverce o straně délky p (viz obr. 157).



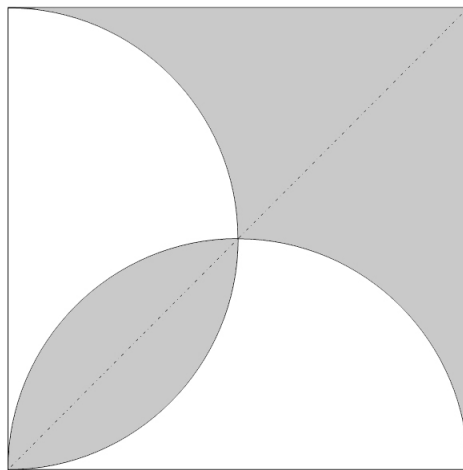
obr. 157

189. Vypočtete obvod a obsah vyšrafovaného obrazce na obr. 158, je-li délka strany čtverce rovna w .

190. Jakou část obsahu čtverce o straně délky p tvoří obsah vyšrafovaného obrazce na obr. 159?



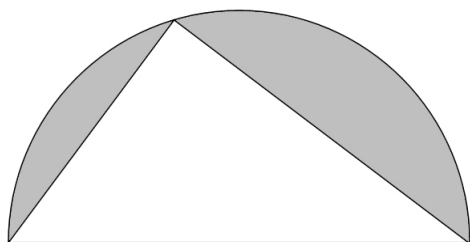
obr. 158



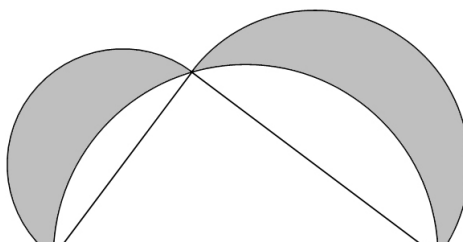
obr. 159

191. Vypočtete obvod a obsah vyšrafovaného obrazce zobrazeného na obr. 160. Délky odvěsen pravouhlého trojúhelníka jsou 3 cm a 4 cm. (Kružnice je sestrojena nad přeponou trojúhelníka.)

192. Vypočtete obvod a obsah vyšrafovaného obrazce zobrazeného na obr. 161. Délky odvěsen pravouhlého trojúhelníka jsou 3 cm a 4 cm. (Kružnice jsou sestrojeny nad jednotlivými stranami trojúhelníka.)



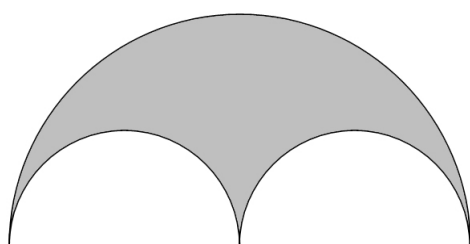
obr. 160



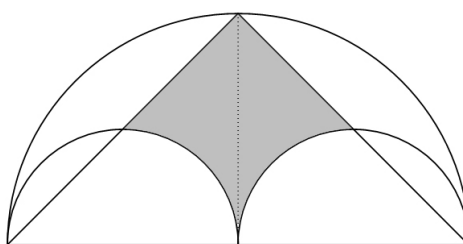
obr. 161

193. Vypočtete obvod a obsah útvaru zobrazeného na obr. 162. Poloměr větší kružnice je r , poloměry menších kružnic jsou poloviční.

194. Vypočtete obvod a obsah vyšrafovaného obrazce zobrazeného na obr. 163. Rameno rovnoramenného pravouhlého trojúhelníku má délku r .



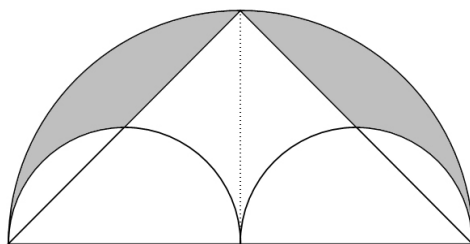
obr. 162



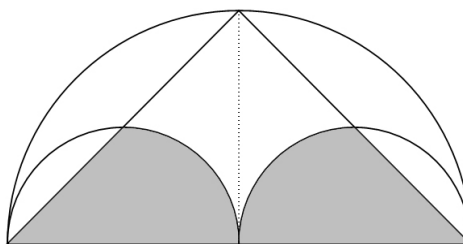
obr. 163

195. Vypočtete obvod a obsah útvaru zobrazeného na obr. 164. Poloměr největší kružnice je r .

196. Vypočtete obvod a obsah útvaru zobrazeného na obr. 165. Poloměr největší kružnice je a .

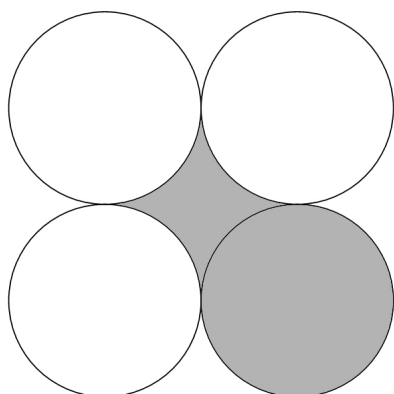


obr. 164



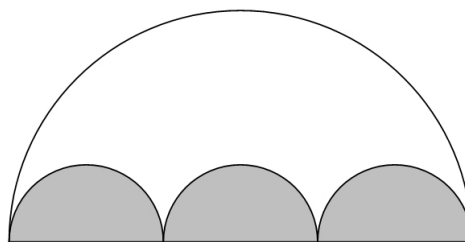
obr. 165

197. Vypočtete obvod a obsah útvaru zobrazeného na obr. 166, je-li poloměr každého kruhu roven r .



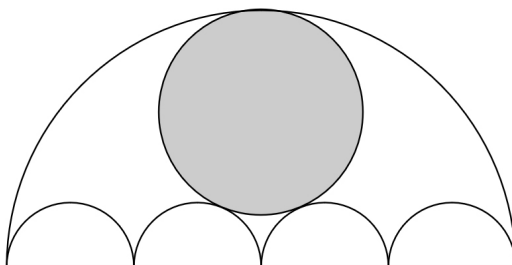
obr. 166

198. Jakou část obsahu půlkruhu tvoří vyšrafovaný obrazce tvořený třemi stejnými půlkruhy zobrazenými na obr. 167? Průměr velkého půlkruhu je d .



obr. 167

199. Určete obsah vyšrafovaného kruhu zobrazeného na obr. 168, jestliže poloměr velké kružnice je R a všechny malé polokružnice mají stejný průměr.

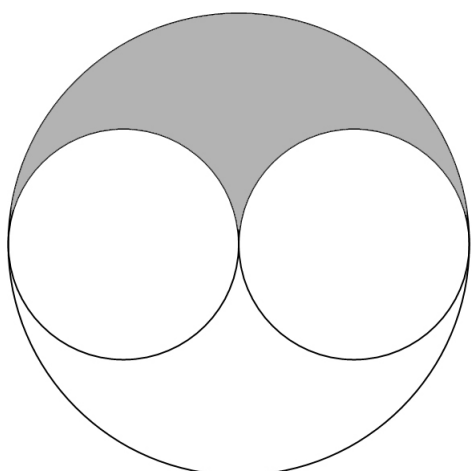


obr. 168

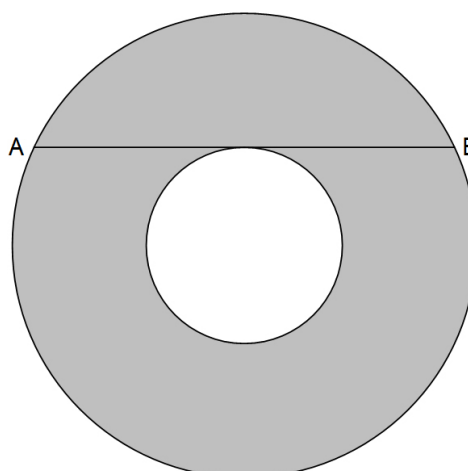
200. Porovnejte obsah vyšrafovaného útvaru s obsahem jednoho z menších kruhů zobrazených na obr. 169. Poloměr velkého kruhu je f .

201. Určete obvod vyšrafovaného obrazce zobrazeného na obr. 169. Poloměr velkého kruhu je g .

202. Vypočtete obsah vyšrafovaného obrazce zobrazeného na obr. 170, je-li délka úsečky AB rovna d .



obr. 169



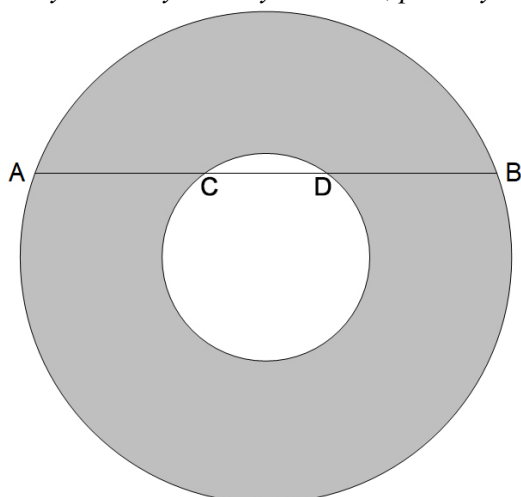
obr. 170

203. Určete obsah mezikruží, jestliže $|AC| = |DB| = 10$ cm a $|CD| = 5$ cm (viz obr. 171).

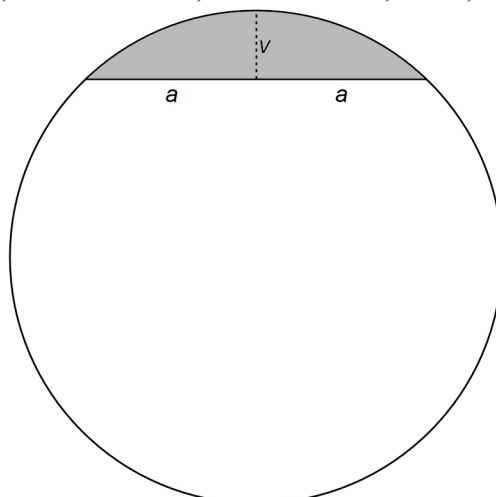
204. Určete obsah vyšrafovaného útvaru zobrazeného na obr. 172, jestliže $a = 5$ j a $v = 2$ j.

205. Určete obsah vyšrafovaného útvaru vepsaného do dvou soustředných kružnic o poloměrech 3 j a 4 j (viz obr. 173).

206. Určete obsah mezikruží zobrazeného na obr. 174, jestliže čtverce mají délky stran 10 j a 20 j.

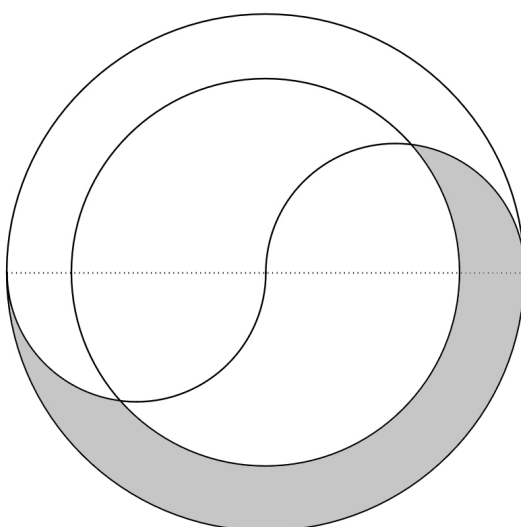


obr. 171

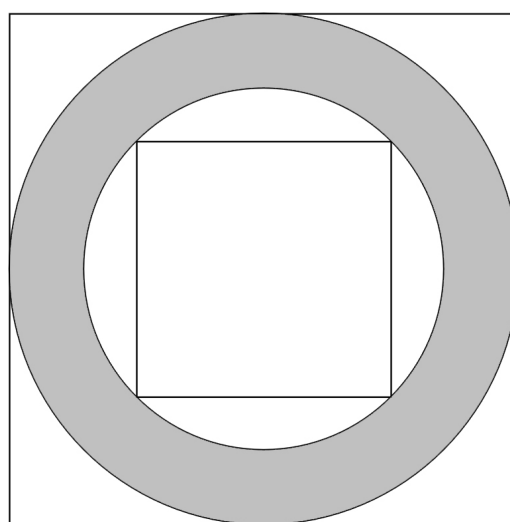


obr. 172

207. Určete obvod a obsah vyšrafovaného obrazce nacházejícího se mezi kruhy o poloměru r (viz obr. 175).

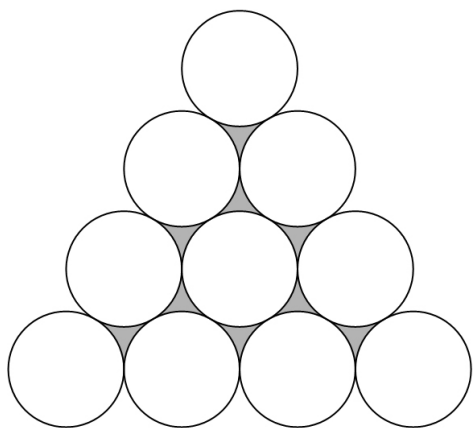


obr. 173

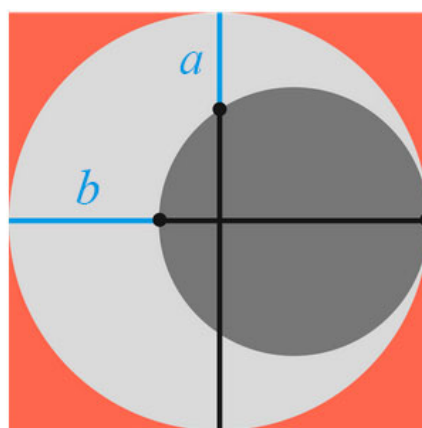


obr. 174

208. Určete obvody a obsahy čtverce a obou kruhů zobrazených na obr. 176, jestliže $a = 4$ j a $b = 6$ j.

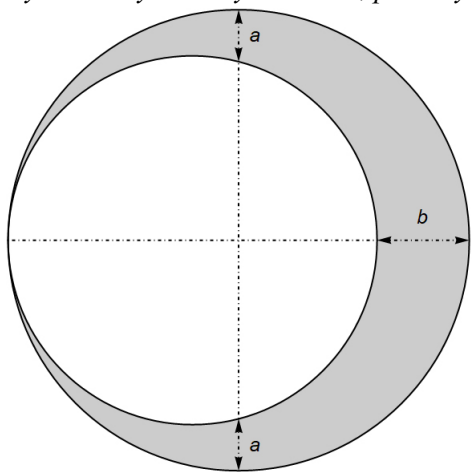


obr. 175

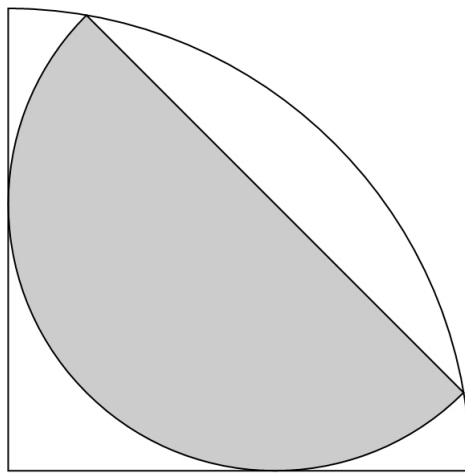


obr. 176

209. Určete obsah a obvod vyšrafovaného obrazce zobrazeného na obr. 177. Délky vyznačených úseček jsou $a = 10$ j a $b = 18$ j.
210. Jakou část čtvrtkruhu o poloměru w tvoří vyšrafovaná polovina dalšího kruhu (viz obr. 178)?
211. Určete obsah vyšrafovaného útvaru zobrazeného na obr. 179, jestliže $|KA| = 16$ cm a $|KT| = 12$ cm.
212. Určete obsah vyšrafovaného obrazce zobrazeného na obr. 180. Průměr zobrazené kružnice je r .

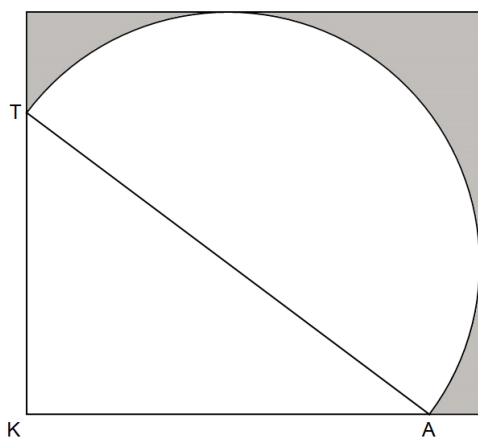


obr. 177

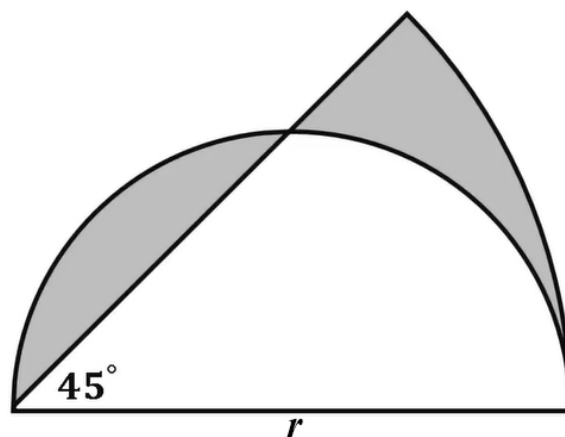


obr. 178

213. Obě kružnice zobrazené na obr. 181 mají stejný poloměr 2 cm. Obě vyšrafované části mají stejný obsah. Jaká je délka úsečky AB? A a B jsou středy zobrazených kružnic.

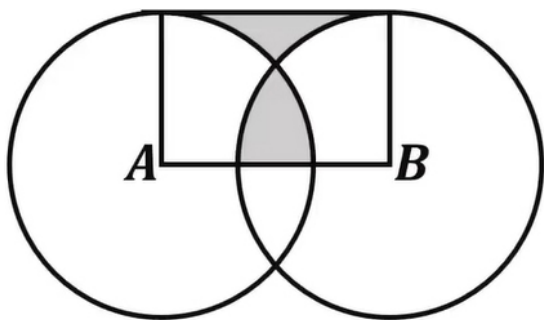


obr. 179

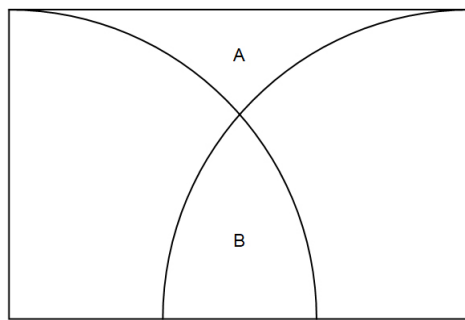


obr. 180

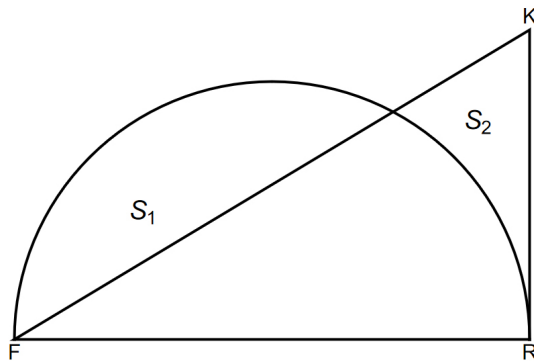
214. Která část (A nebo B) obdélníka zobrazeného na obr. 182 se stranami délek 2 j a 3 j je větší? Zdůvodněte výpočtem. Pro jaké rozměry obdélníka bude tato podmínka splněna?



obr. 181



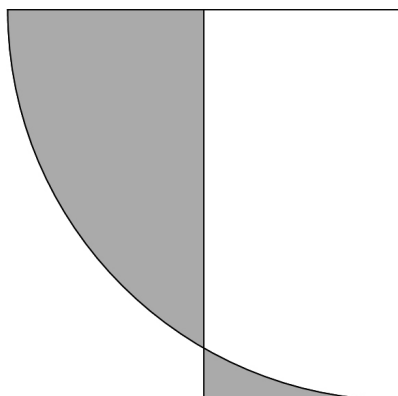
obr. 182



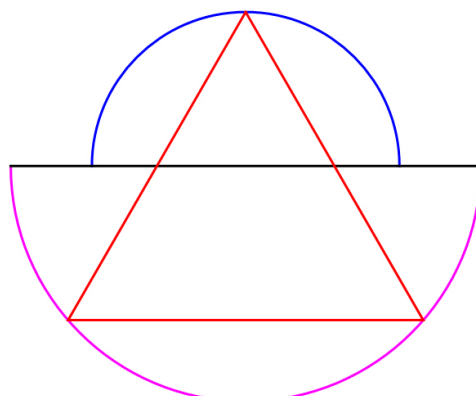
obr. 183

215. Určete délku úsečky RK, je-li délka úsečky FR rovna 20 j a $S_1 - S_2 = 40 \text{ j}^2$ (viz obr. 183).

216. Oč se liší obsahy vyšrafovaných útvarů zobrazených na obr. 184? Rozměry obdélníka jsou 4 j a 2 j.



obr. 184

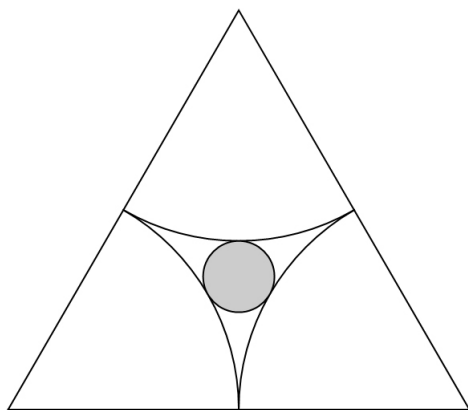


obr. 185

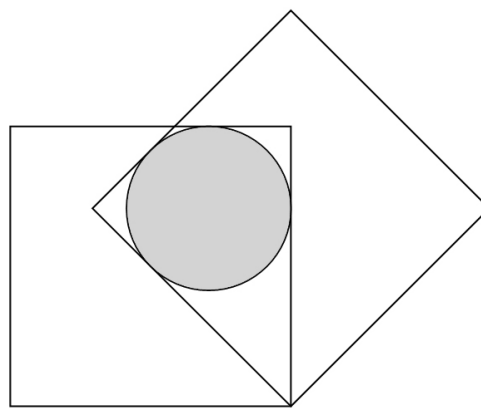
217. Určete součet obsahů obou polokruhů zobrazených na obr. 185. Délka strany rovnostranného trojúhelníka je 4 j.

218. Jaký je obvod a obsah kruhu zobrazeného na obr. 186, jestliže délka strany rovnostranného trojúhelníka je a ?

219. Určete obsah vyšrafovaného kruhu zobrazeného na obr. 187. Délka strany čtverce je u a čtverce jsou vzájemně otočené o úhel 45° .

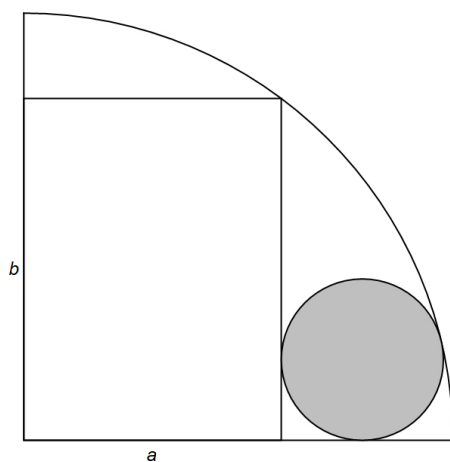


obr. 186

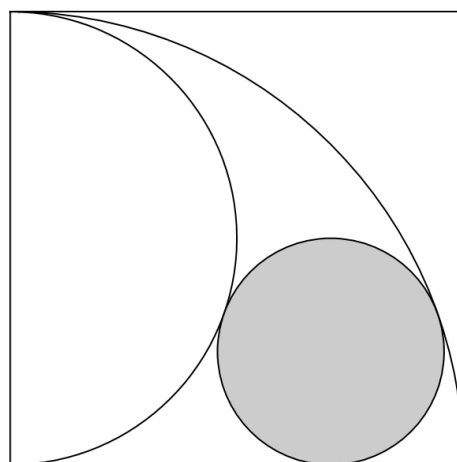


obr. 187

220. Jaký je obsah vyšrafovaného kruhu vepsaného do čtvrtkružnice (viz obr. 188)? Rozměry obdélníka jsou $a = 3 \text{ j}$ a $b = 4 \text{ j}$.



obr. 188

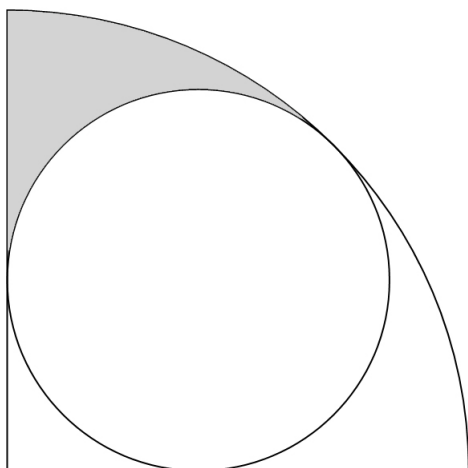


obr. 189

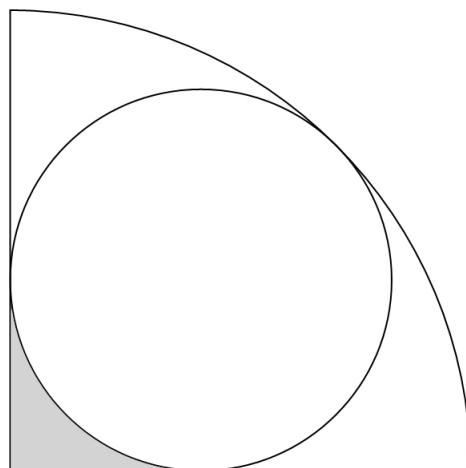
221. Jaký je obsah vyšrafovaného kruhu zobrazeného na obr. 189. Délka strany čtverce je a .

222. Určete obvod a obsah vyšrafovaného útvaru zobrazeného na obr. 190. Poloměr velké kružnice je a .

223. Určete obvod a obsah vyšrafovaného útvaru zobrazeného na obr. 191. Poloměr velké kružnice je u .

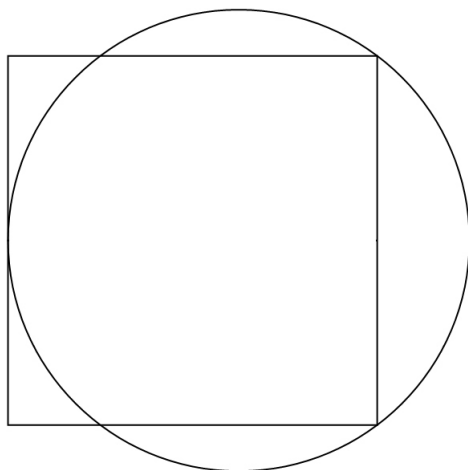


obr. 190

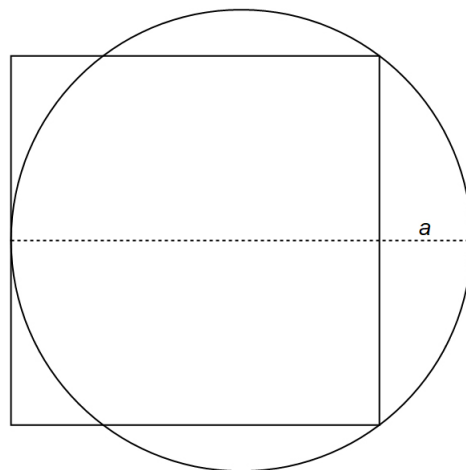


obr. 191

224. Určete obsah kruhu, je-li délka strany čtverce zobrazeného na obr. 192 rovna a .
 225. Určete obsah čtverce zobrazeného na obr. 193, jestliže $a = 4$ j.

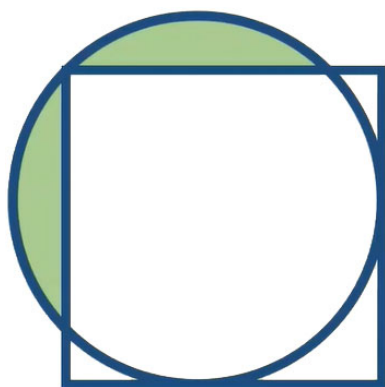


obr. 192

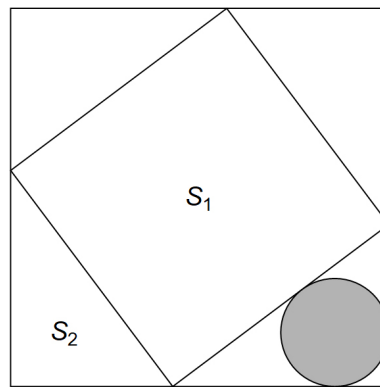


obr. 193

226. Jaký je obsah vyšrafovaného obrazce zobrazeného na obr. 194, jestliže poloměr kružnice je 10 j?
 227. Jaký je obsah vyšrafovaného obrazce zobrazeného na obr. 194, jestliže délka strany čtverce je 10 j?
 228. Jaký je obsah vyšrafovaného kruhu, který je zobrazen na obr. 195? Přitom $S_1 = 100 \text{ j}^2$ a $S_2 = 24 \text{ j}^2$.
 229. Určete obsah vyšrafované oblasti zobrazené na obr. 196. Poloměry všech tří kruhů jsou stejné.
 230. Určete obsah vyšrafovaného obrazce zobrazeného na obr. 197. Kružnice mají poloměry 1 j a 3 j.

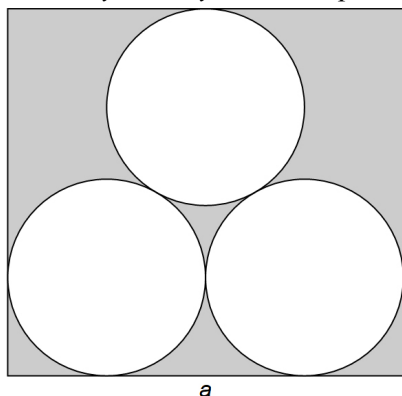


obr. 194

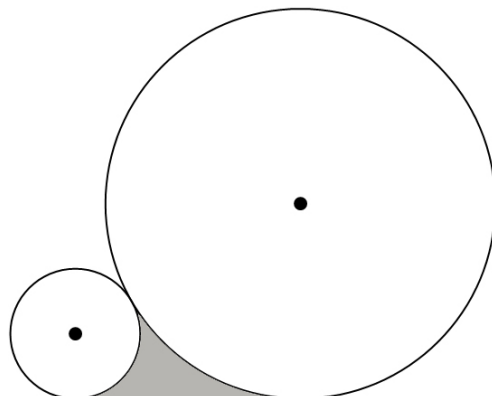


obr. 195

231. Určete obsah a obvod vyšrafovaného útvaru zobrazeného na obr. 198. Poloměr každé z kružnice je r .

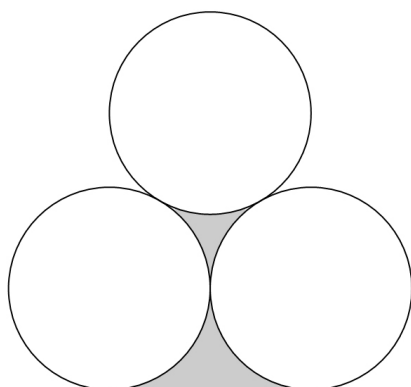


obr. 196

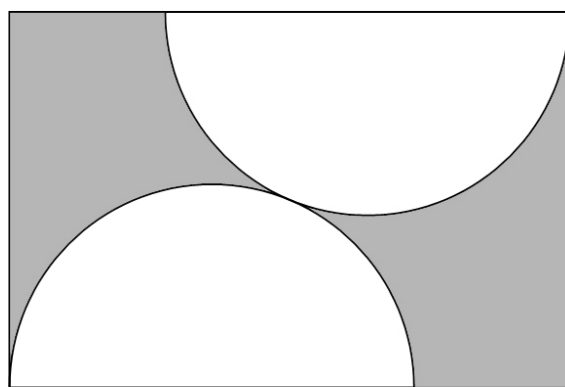


obr. 197

232. Určete obsah vyšrafovaného útvaru zobrazeného na obr. 199. Délka strany obdélníka je a a jeho šířka b .

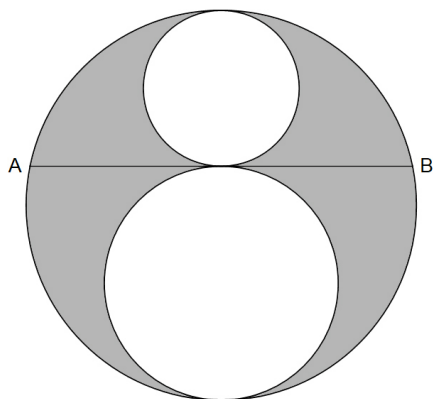


obr. 198

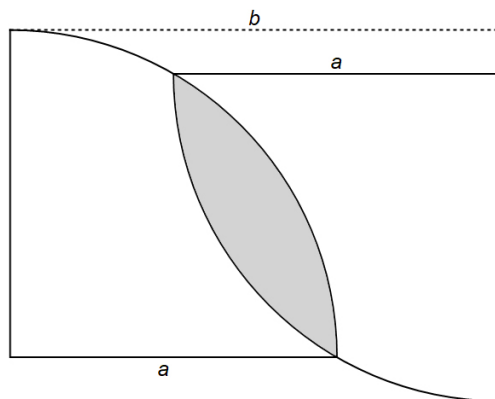


obr. 199

233. Obsah vyšrafovaného obrazce na obr. 200 je roven $2\pi j^2$. Jak dlouhá je úsečka AB? Kružnice mají různé poloměry.

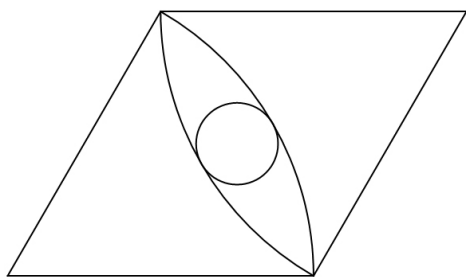


obr. 200

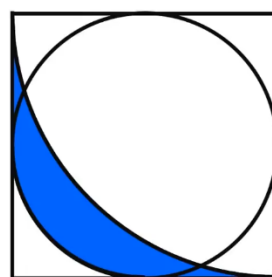


obr. 201

234. Určete obvod a obsah vyšrafovaného útvaru na obr. 201, jestliže $a = 2j$ a $b = 3j$.



obr. 202



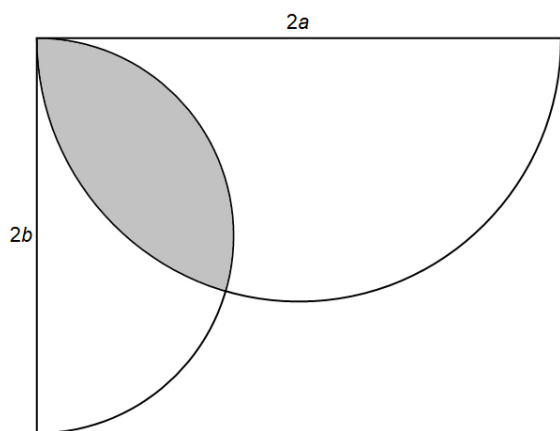
obr. 203

235. Dva z vnitřních úhlů kosočtverce zobrazeného na obr. 202 mají velikost 60° a délka malé kružnice je $2\pi j$. Určete obvod kosočtverce.

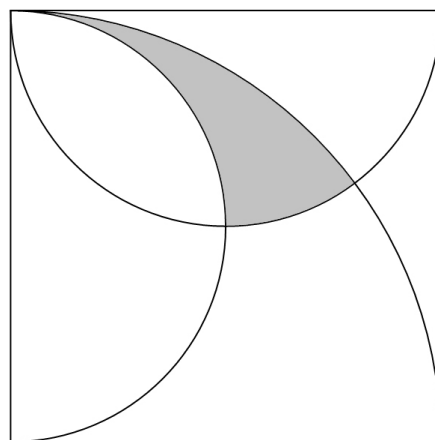
236. Jaký je obsah vyšrafovaného útvaru zobrazeného na obr. 203, je-li délka strany čtverce rovna a ?

237. Určete obsah tzv. geometrické čocky, která je vyšrafována v obrazci na obr. 204. Zobrazené průměry kružnic jsou navzájem kolmé.

238. Vypočítejte obsah vyšrafované části čtverce zobrazené na obr. 205. Délka strany čtverce je a . (Využijte případně řešení předešlé úlohy).



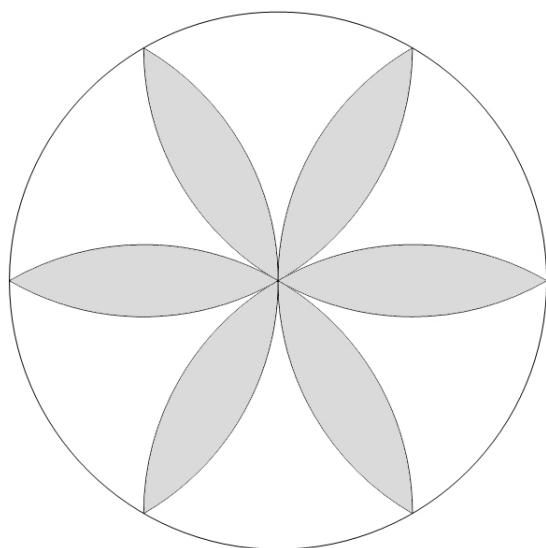
obr. 204



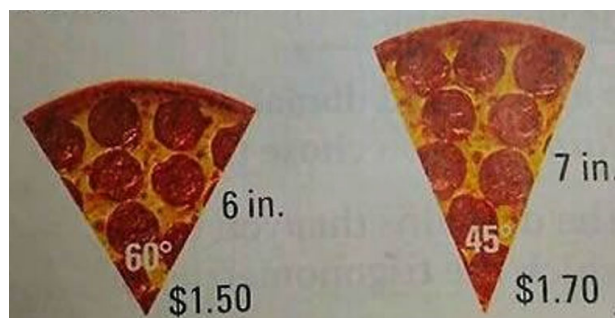
obr. 205

239. Určete obvod a obsah vyšrafovaného obrazce zobrazeného na obr. 206. Poloměr základní kružnice je r .

240. U řady stánků s rychlým občerstvením můžeme najít reklamu na pizzu podobnou té, která je zobrazena na obr. 207. Která ze zobrazených pizz je cenově výhodnější? Zdůvodněte.

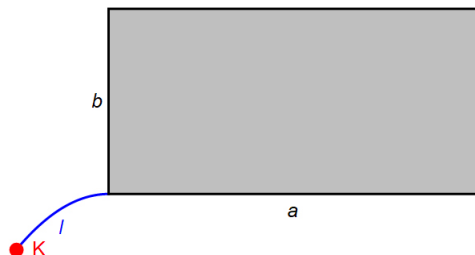


obr. 206

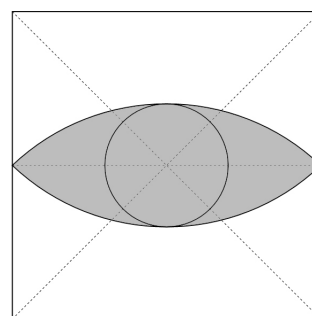


obr. 207

241. Na louce stojí stodola o rozměrech $a = 20$ m a $b = 10$ m. K jednomu jejímu rohu je přivázán lanem délky a) $l = 5$ m, b) $l = 25$ m kůň K (viz obr. 208). Vypočítejte obsah plochy louky, kterou může kůň vypást.



obr. 208



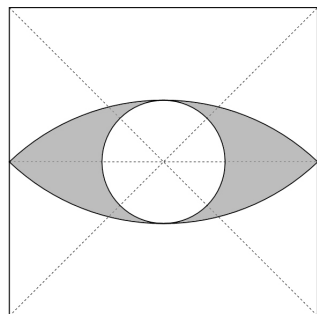
obr. 209

242. Na louce stojí stodola o rozměrech $a = 20$ m a $b = 10$ m. K jednomu jejímu rohu je přivázán lanem délky $l = 50$ m kůň K (viz obr. 208). Vypočítejte obsah plochy louky, kterou může kůň vypást.

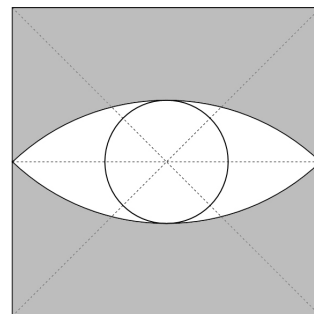
243. Ve čtverci se stranou délky a jsou zakresleny kružnice s poloměrem r a dvě části kružnic (viz obr. 209). Určete obsah vyšrafovaného útvaru.

244. Ve čtverci se stranou délky a jsou zakresleny kružnice s poloměrem r a dvě části kružnic (viz obr. 210). Určete obsah vyšrafovaného útvaru.

245. Ve čtverci se stranou délky a jsou zakresleny kružnice s poloměrem r a dvě části kružnic (viz obr. 211). Určete obsah vyšrafovaného útvaru.



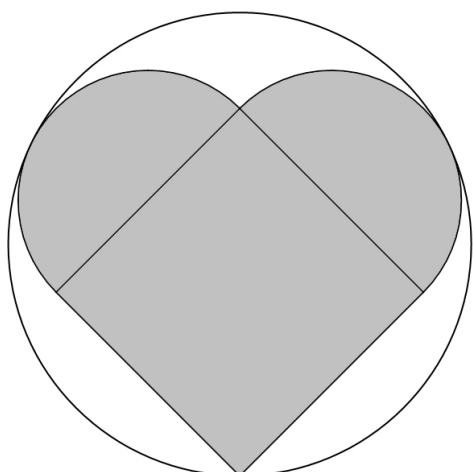
obr. 210



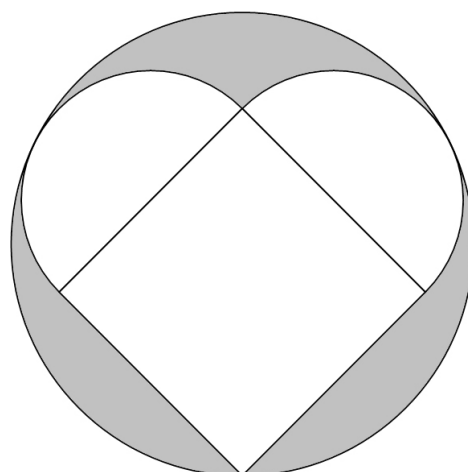
obr. 211

246. Útvar na obrázku je ohraničen čtvercem o straně délky u , dvěma půlkružnicemi a jednou kružnicí (viz obr. 212). Určete obvod a obsah tohoto útvaru.

247. Útvar na obrázku je ohraničen čtvercem o straně délky n , dvěma půlkružnicemi a jednou kružnicí (viz obr. 213). Určete obvod a obsah tohoto útvaru.

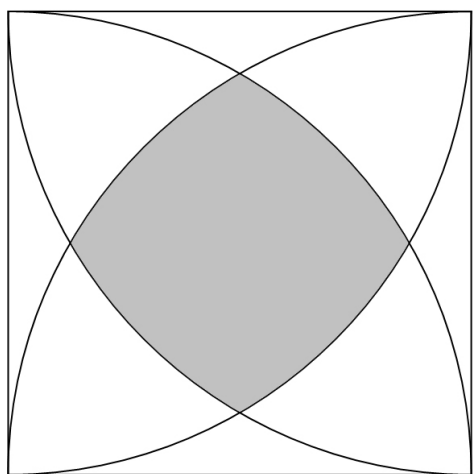


obr. 212

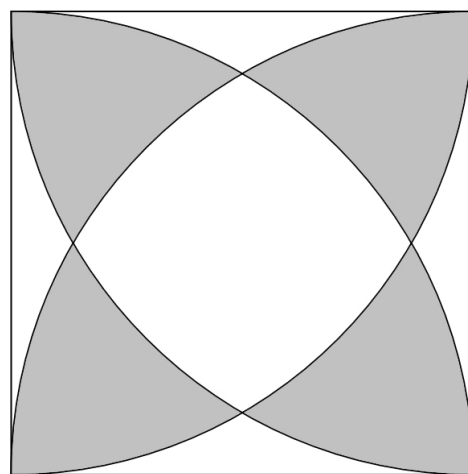


obr. 213

248. Do čtverce se stranou délky b jsou zakresleny čtyři čtvrtkružnice. Vypočítejte obsah vyšrafovaného útvaru (viz obr. 214).



obr. 214

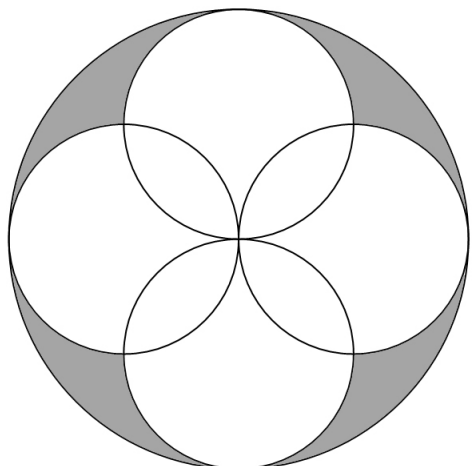


obr. 215

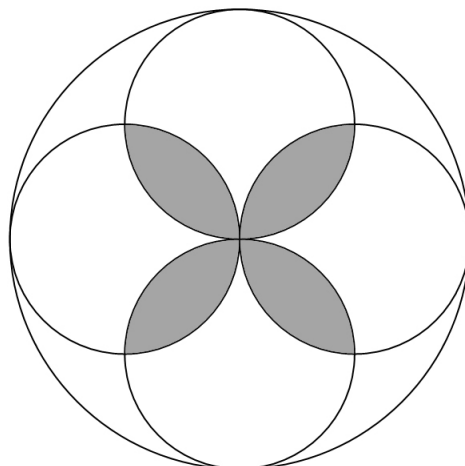
249. Do čtverce se stranou délky c jsou zakresleny čtyři čtvrtkružnice. Vypočtete obsah vyšrafovaného útvaru (viz obr. 215).

250. Určete obvod a obsah vyšrafovaného obrazce zobrazeného na obr. 216. Poloměr největší kružnice je r .

251. Určete obvod a obsah vyšrafovaného obrazce zobrazeného na obr. 217. Poloměr největší kružnice je r .



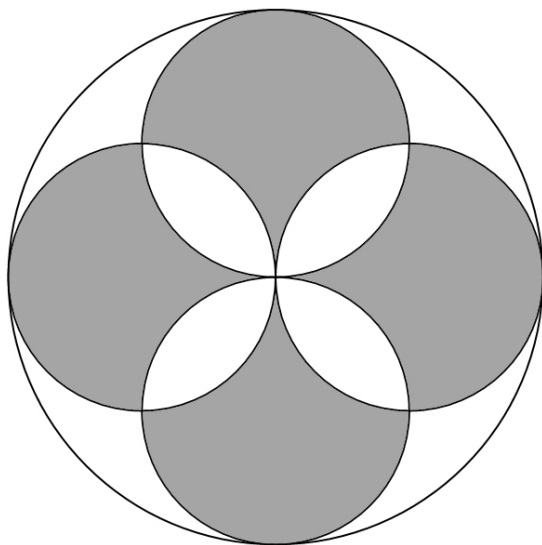
obr. 216



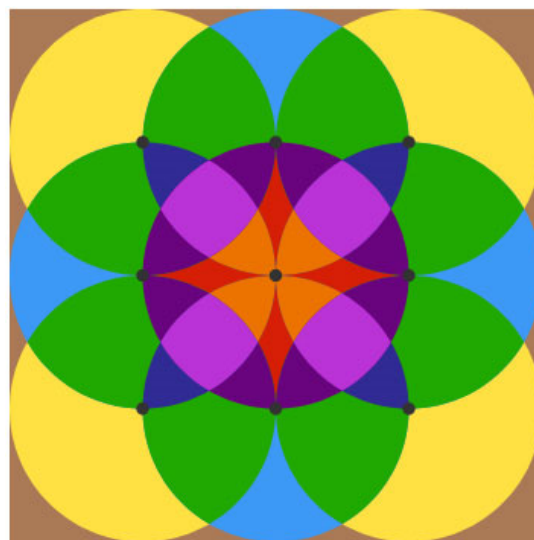
obr. 217

252. Určete obvod a obsah vyšrafovaného obrazce zobrazeného na obr. 218. Poloměr největší kružnice je r .

253. Určete obsah fialové oblasti (oblast připomínající čtyři čtverce uprostřed obr. 219), jestliže poloměr všech kruhů je r .



obr. 218



obr. 219

254. Určete obsah tmavě fialové oblasti (oblast tvořená symetricky rozloženými „trojúhelníky“ na obr. 219), jestliže poloměr všech kruhů je r .

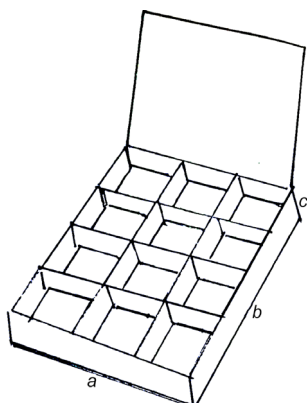
255. Určete obsah hnědé oblasti (oblast tvořená „rohy“ a „zbytky“ kolem kruhů na obr. 219), jestliže poloměr všech kruhů je r .

256. Určete obsah tmavě modré oblasti (oblast tvořená symetricky rozloženými „trojúhelníkovými klíny“ na obr. 219), jestliže poloměr všech kruhů je r .

257. Určete obsah oranžové oblasti (oblast tvořená symetricky rozloženými „trojúhelníkovými klíny“ na obr. 219), jestliže poloměr všech kruhů je r .

258. Určete obsah světle modré oblasti (oblast tvořená symetricky rozloženými „trojúhelníkovými klíny“ na obr. 219), jestliže poloměr všech kruhů je r .

- 259.** Určete obsah zelené oblasti (oblast tvořená symetricky rozloženými „trojúhelníkovými“ tvary na obr. 219), jestliže poloměr všech kruhů je r .
- 260.** Určete obsah červené oblasti (oblast tvořená symetricky rozloženými „kosočtverci“ na obr. 219), jestliže poloměr všech kruhů je r .
- 261.** Určete obsah žluté oblasti (oblast tvořená symetricky rozloženými „půlměsíci“ na obr. 219), jestliže poloměr všech kruhů je r .
- 262.** Bod S je průsečík úhlopříček lichoběžníku $OPQR$. Obsah trojúhelníku QRS je 25 j^2 a obsah trojúhelníku OPS je 49 j^2 . Určete obsah lichoběžníku $OPQR$.
- 263.** Průřez koryta řeky má tvar rovnoramenného lichoběžníku se základnami o délkách 300 m a 296 m . Břeh svírá se svislým směrem úhel 30° . Průtok vody v řece je $3500\text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. Určete obsah průřezu koryta a velikost rychlosti vody proudící v řece.
- 264.** Povrch krychle je 96 cm^2 . Určete povrch a objem krychle, která má ve srovnání s uvažovanou krychlí dvojnásobnou délku podstavné hrany.
- 265.** Určete povrch a objem pravidelného čtyřbokého hranolu, který má délku podstavné hrany a a výšku v .
- 266.** Pravidelný osmiboký hranol má délku hrany podstavy a a výšku v . Určete objem a povrch tohoto tělesa.
- 267.** Délky hran kváдру jsou v poměru $3:4:5$ a délka tělesové úhlopříčky je $20 \cdot \sqrt{2}\text{ mm}$. Určete objem a povrch tohoto kváдру.
- 268.** Tělesová úhlopříčka pravidelného čtyřbokého hranolu svírá s podstavou úhel 60° . Délka hrany podstavy je 2 cm . Určete povrch a objem tohoto hranolu.
- 269.** V kváдру o rozměrech a , b a c platí: $ab = 20\text{ cm}^3$, $bc = 10\text{ cm}^3$ a $ac = 18\text{ cm}^3$. Určete objem a povrch tohoto kváдру.
- 270.** Určete povrch a objem kváдру, jehož stěnové úhlopříčky mají délky u_1 , u_2 a u_3 .
- 271.** Určete povrch a objem pravidelného trojbokého jehlanu (tzv. čtyřstěnu). Délka podstavné hrany je a .
- 272.** Pravidelný osmiboký jehlan má délku hrany podstavy a a výšku v . Určete objem a povrch tohoto tělesa.
- 273.** Kolik litrů vody napršelo na plochu jednoho metru čtverečního, jestliže meteorologové potvrdili srážky do výšky 25 mm ?



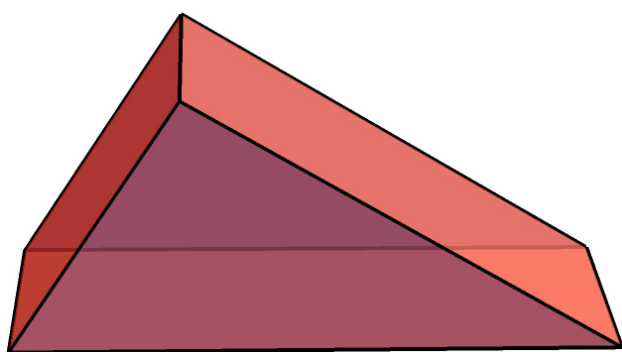
obr. 220



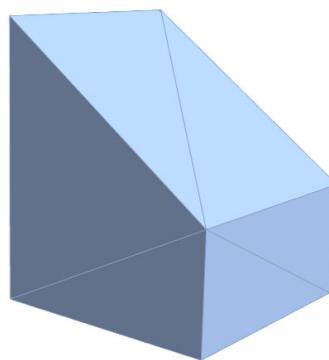
obr. 221

- 274.** Kolik kartonu je potřeba na výrobu krabice zobrazené na obr. 220, jestliže $a = 15\text{ cm}$, $b = 20\text{ cm}$ a $c = 5\text{ cm}$?
- 275.** Na obr. 221 je zobrazena reklama na bazén. Odpovídají proporce bazénu a dětí skutečnosti? Zdůvodněte výpočtem.

276. Vypočítejte objem a povrch hranolu, který je zobrazen na obr. 222. Pravoúhlý trojúhelník (tvořící dvě jeho stěny) má délky odvěsen 5 j a 8 j. Roviny, v nichž leží oba pravoúhlé trojúhelníky, jsou od sebe vzdáleny 3 j.

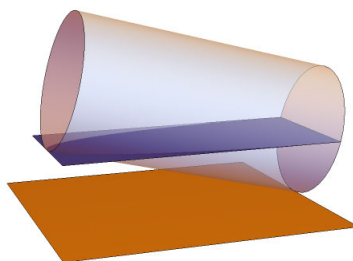


obr. 222



obr. 223

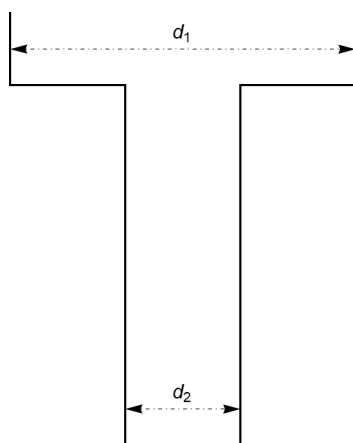
278. Ve sklenici s výškou 10 palců a průměrem 4 palce je nalita voda. Když se sklenice položí na vodorovnou podložku a u hrdla se podepře, omývá hladina vody právě průměr dna sklenice a dosahuje až k hrdlu (viz schematicky obrázek). Určete, kolik mililitrů vody se vejde do sklenice postavené standardním způsobem. Jaký úhel svírá povrchová přímka válce s vodorovnou rovinou?



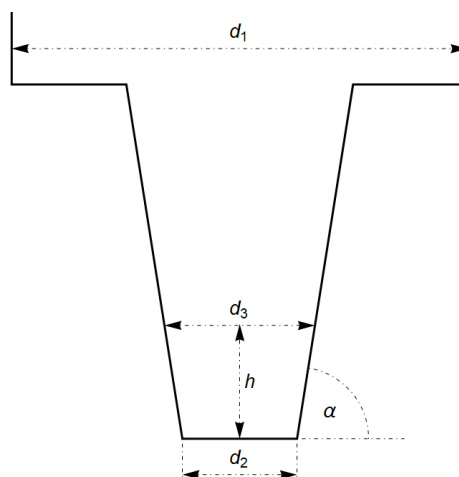
obr. 224

279. Srážkoměr má tvar válce, který má průměr $d_1 = 3$ cm a na jehož horní podstavě je rozšíření s průměrem $d_2 = 8$ cm (viz obr. 225). V jaké výšce ode dna válce má být ryska ukazující, že napršelo 1 mm vodního sloupce, který se standardně měří na ploše 1 m^2 ?

280. Srážkoměr má tvar komolého kužele, který má průměr menší podstavy $d_1 = 3$ cm a na jehož horní podstavě je rozšíření s průměrem $d_2 = 8$ cm (viz obr. 226). V jaké výšce h ode dna kuželové nádoby má být ryska ukazující, že napršelo 1 mm vodního sloupce, který se standardně měří na ploše 1 m^2 ? Jaký úhel α svírá povrchová přímka kužele se svislým směrem? Průměr kruhu, který tvoří hladinu vody ve srážkoměru, je $d_3 = 4,2$ cm.

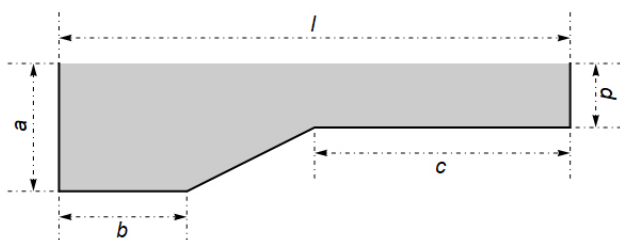


obr. 225

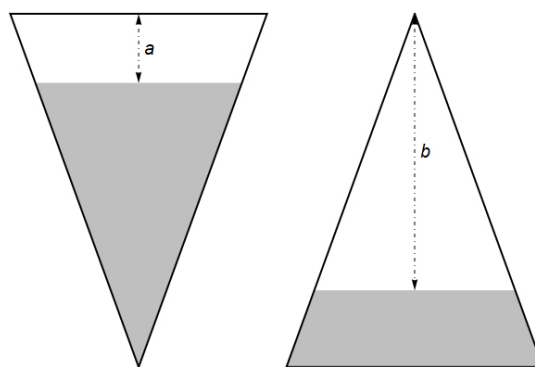


obr. 226

281. Bazén má tvar zobrazený na obr. 227 (který není zakreslen v měřítku), přičemž platí: $a = 4$ m, $b = 7$ m, $c = 35$ m, $d = 2$ m a $l = 50$ m. Šířka bazénu je přitom 18 m. Určete objem vody v bazénu. Jaká je plocha vnitřních stěn bazénu?



obr. 227



obr. 228

282. Ze dvou papírů formátu A4 s rozměry a a b (kde $a > b$) byly svinuty dvě válcové plochy. Výška první válcové plochy je rovna a , výška druhé válcové plochy je rovna b . Který z válců, které jsou určeny každou z válcových ploch, má větší objem? Kolikrát je tento objem větší než objem druhého válce?

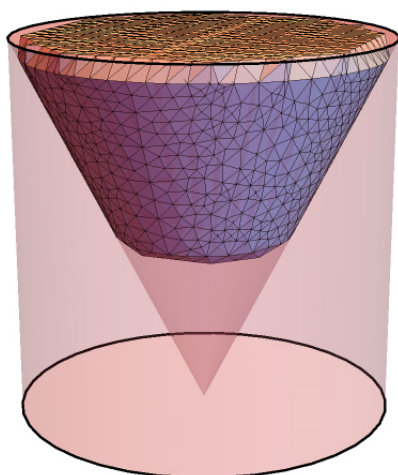
283. Letící letadlo musí mít odstup od ostatních letadel ve vodorovném směru 5 námořních mil a ve svislém směru 1000 stop. Jaký je objem vzduchu vyjádřený v kilometrech krychlových, ve kterém v okolí daného letadla nemůže být žádné jiné letadlo?

284. Ocelový výrobek vznikl spojením poloviny koule o poloměru r a rotačního kužele o stejném poloměru a stejné výšce, jako je poloměr koule. Určete objem a povrch tohoto výrobku. Řešte nejdříve obecně, pak pro hodnotu $r = 10$ cm. Určete též hmotnost tohoto výrobku.

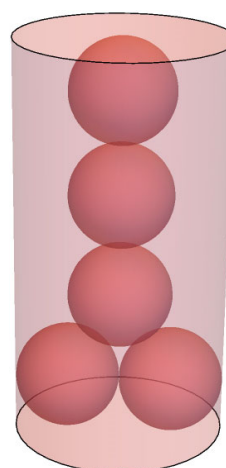
285. Z rotačního kužele s poloměrem podstavy 20 cm byla odříznuta horní část také ve tvaru rotačního kužele o poloměru podstavy 5 cm a výšce 7 cm. Určete objem a povrch komolého rotačního kužele, který tímto způsobem vznikl.

286. Do kuželové nádoby bylo postupně nalito stejné množství vody v poloze kužele vrcholem dolů a vrcholem nahoru (viz obr. 228). V prvním případě byla hladina vzdálena od podstavy kuželové nádoby $a = 2$ cm, ve druhém případě byla hladina vzdálena od vrcholu kuželové nádoby $b = 8$ cm. Jaká je výška kuželové nádoby?

287. Voda je nalita do kužele tak, jak je schematicky zobrazeno na obr. 229. Výška vody v kuželu je 18 cm. Do jaké výšky vystoupí voda po jejím vypuštění do válce, jehož výška je 30 cm?



obr. 229

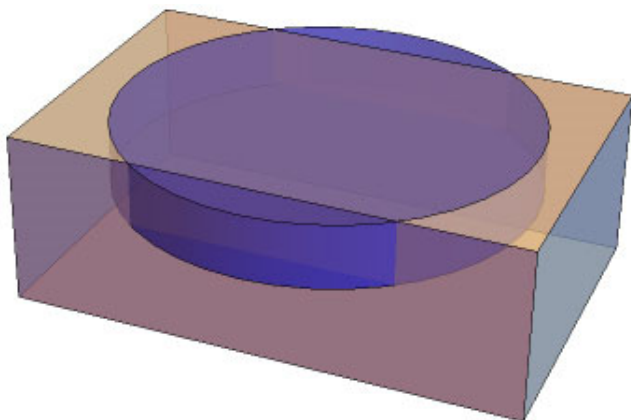


obr. 230

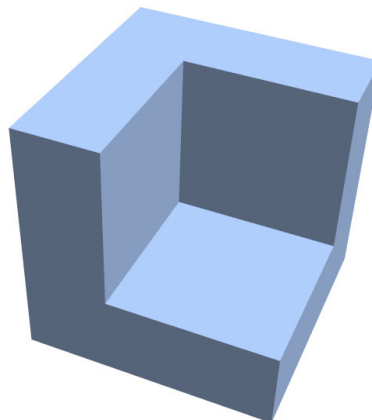
288. Ve válci je naskládáno pět koulí (viz obr. 230), z nichž každá má objem 36π cm³. Kolik litrů vody se do válce ke koulím ještě vejde? Koule ve vodě neplovou.

289. Určete, kolik litrů vody se vejde do akvária, které vzniklo tak, že z duté skleněné koule o poloměru 20 cm se odřízly navzájem rovnoběžnými rovinami dvě části každá ve vzdálenosti 12 cm od středu původní koule. Spodní část akvária pak byla uzavřena rovinnou deskou.

290. Na zahradě byla vykopaná díra pro bazén ve tvaru válce. Díra má průměr 460 cm a hloubku 70 cm. Majitel pozemku chce ale stávající bazén vyměnit na nový. Ten bude mít tvar hranolu s délkou 560 cm, šířkou 360 cm a hloubkou 190 cm a bude plně zapuštěn do země. Novou díru pro bazén chce majitel pozemku vykopat tak, že jednak využije stávající díru a jednak nový bazén umístí symetricky s původním bazénem (viz obr. 231). Kolik metrů krychlových zeminy bude nutné odvést z pozemku?



obr. 231

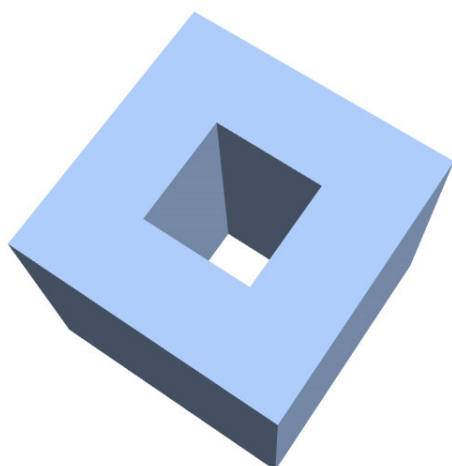


obr. 232

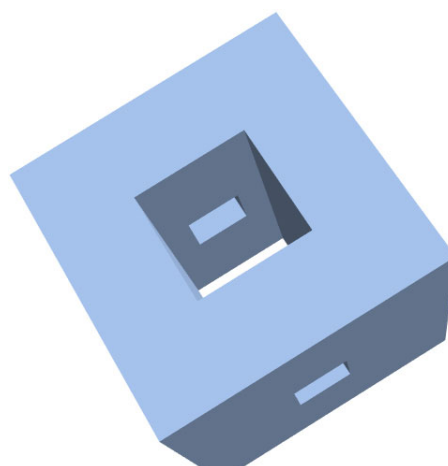
291. Vypočítejte objem a povrch krychle s hranou délky a , z níž je vyříznuta krychle s hranou délky $\frac{2}{3}a$ (viz obr. 232).

292. Vypočítejte objem a povrch krychle s hranou délky b , z níž je vyříznut pravidelný čtyřboký hranol s délkou podstavné hrany $0,4b$ (viz obr. 233).

293. Vypočítejte objem a povrch krychle s hranou délky r , z níž jsou vyříznuty dva pravidelné čtyřboké hranoly s délkami podstavných hran $0,4r$ a $0,2r$ (viz obr. 234).



obr. 233



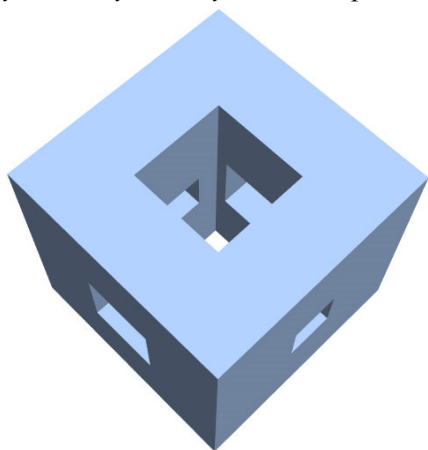
obr. 234

294. Vypočítejte objem a povrch krychle s hranou délky u , z níž jsou vyříznuty tři pravidelné čtyřboké hranoly s délkami podstavných hran $0,4u$, $0,3u$ a $0,2u$ (viz obr. 235).

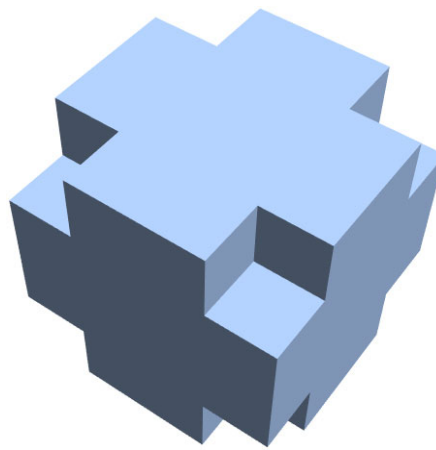
295. Vypočítejte objem a povrch krychle s hranou délky v , z níž jsou odříznuty všechny její rohy ve tvaru krychlí s hranou délky $0,25v$ (viz obr. 236).

296. Vypočítejte objem a povrch krychle s hranou délky z , z níž je vyříznut válec s poloměrem podstavy $0,25z$ (viz obr. 237).

297. Vypočítejte objem a povrch válce s poloměrem podstavy k , z něhož jsou vyříznuty čtyři shodné válce s poloměry podstavy $0,2k$ (viz obr. 238). Výška válce je v .

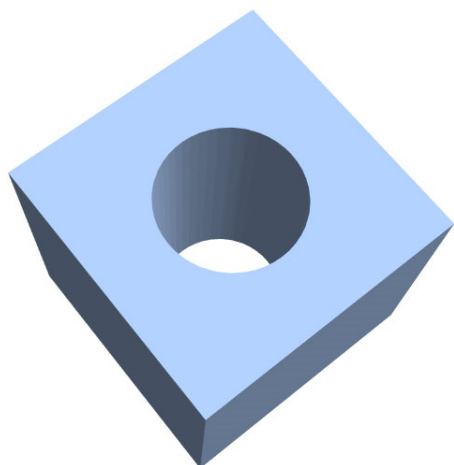


obr. 235

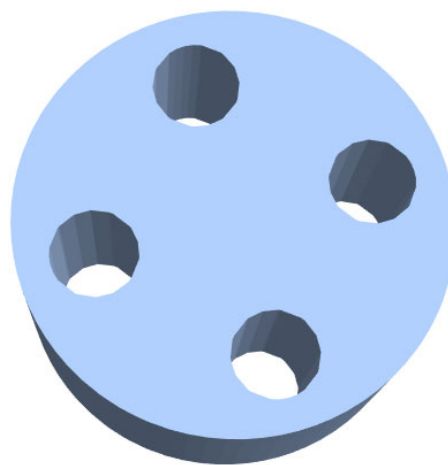


obr. 236

298. Vypočítejte objem a povrch kosočtverečného dvanáctistěnu (rombický dodekaedr). Toto těleso si lze představit tak, že ke každé stěně krychle s délkou hrany a připojíme pravidelný čtyřboký jehlan, jehož stěny svírají s rovinou podstavy úhel 45° . Toto těleso je zobrazeno na obr. 239.

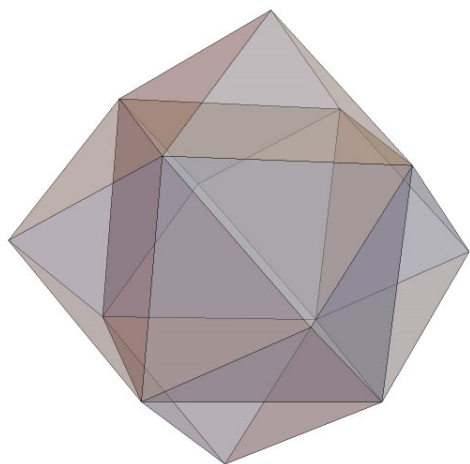


obr. 237

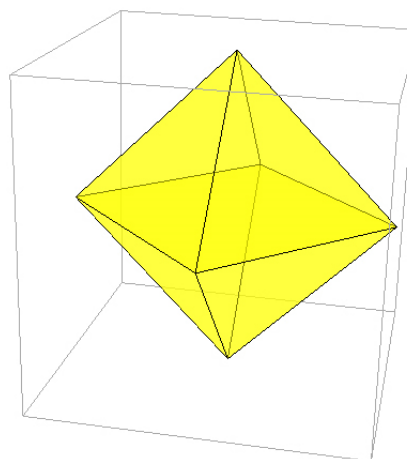


obr. 238

299. Do krychle o hraně délky b je vepsán pravidelný osmistěn tak, že jeho vrcholy leží ve středech stěn krychle (viz obr. 240). Vypočítejte objem a povrch osmistěnu. Jakou část objemu krychle osmistěn zaujímá?



obr. 239



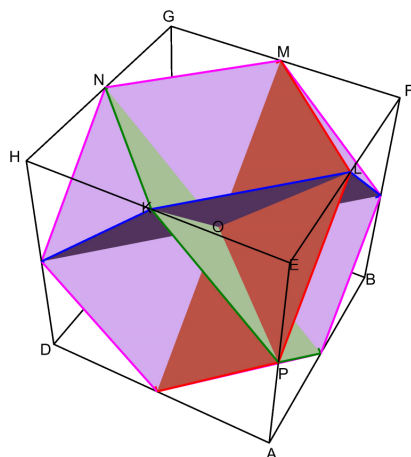
obr. 240

300. V krychli ABCDEFGH o straně délky a jsou sestrojeny čtyři roviny, z nichž každá protíná krychli v pravidelném šestiúhelníku (viz obr. 241). Určete název tělesa KLMNO a určete jeho objem a povrch.

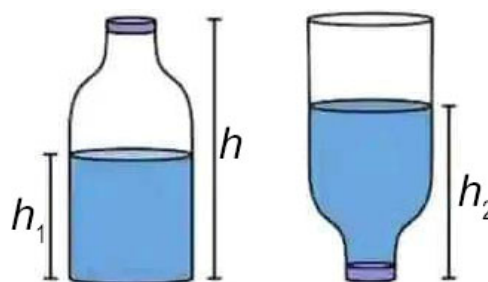
301. V krychli ABCDEFGH o straně délky a jsou sestrojeny čtyři roviny, z nichž každá protíná krychli v pravidelném šestiúhelníku (viz obr. 241). Určete název tělesa KLPE a určete jeho objem a povrch.

302. V krychli ABCDEFGH o straně délky a jsou sestrojeny čtyři roviny, z nichž každá protíná krychli v pravidelném šestiúhelníku (viz obr. 241). Určete název tělesa KLPEO a určete jeho objem a povrch.

303. Jakou část objemu láhve tvoří voda (viz obr. 242), jestliže $h_1 = 12$ cm, $h = 21$ cm a $h_2 = 15$ cm?



obr. 241



obr. 242

304. Kouli o poloměru r je vepsána a opsána krychle. Určete a) poměr objemů, b) poměr povrchů uvedených těles. Při určování poměru seřaďte tělesa od největšího po nejmenší. (Poznámka: vepsaná krychle je největší krychle, kterou lze do dané koule umístit; opsaná krychle je nejmenší krychle, do níž lze umístit danou kouli.)

Zdroje

- [1] Norská vlajka [online]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Norsk%C3%A1_vlajka; [cit. 27. 11. 2021].
- [2] Indonéská vlajka [online]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Indon%C3%A9sk%C3%A1_vlajka; [cit. 27. 11. 2021].
- [3] Polská vlajka [online]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Polsk%C3%A1_vlajka; [cit. 27. 11. 2021].
- [4] Nizozemská vlajka [online]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Nizozemsk%C3%A1_vlajka; [cit. 27. 11. 2021].
- [5] Finská vlajka [online]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Finsk%C3%A1_vlajka; [cit. 27. 11. 2021].
- [6] Francouzská vlajka [online]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Francouzsk%C3%A1_vlajka; [cit. 27. 11. 2021].
- [7] Thajská vlajka [online]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Thajsk%C3%A1_vlajka; [cit. 27. 11. 2021].

Výsledky

1. 48 j;
2. 18 cm;
3. 5 m;
4. 10 cm^2 ;
5. 49 j^2 ;
6. 54 j^2 ;
7. 4 cm^2 ;
8. 270 j^2 ;
9. $\frac{81}{10} \text{ j}^2$;
10. 289 cm^2 ;
11. $16a$; $16a^2$;
12. $20(1 + \sqrt{17}) \text{ j}^2$;
13. 72 j;
14. $\frac{25}{16} \text{ j}^2$;
15. 49 j^2 ;
16. 8 j^2 ;
17. $\frac{2}{3}$;
18. 25 cm^2 ;
19. $a^2 - b^2$;
20. 25 %; $\frac{a}{8}$;
21. $\frac{27}{44} \cdot 100 \%$; $\frac{9}{44} \cdot 100 \%$; $\frac{2}{11} \cdot 100 \%$;
22. $\frac{3}{176} \cdot 100 \%$;
23. $\frac{1}{55} \cdot 100 \%$;
24. $\frac{27}{704} \cdot 100 \%$;
25. $\frac{9}{121} \cdot 100 \%$

26. $\frac{625}{35937} \cdot 100\%$;

27. $\frac{27}{176} \cdot 100\%$;

28. a) $\frac{20}{33} \cdot 100\%$; b) $\frac{13}{33} \cdot 100\%$;

29. 18 cm^2 ;

30. $\frac{3}{4}$;

31. 70 j ;

32. 40 j ;

33. 48 cm ;

34. 8 j ;

35. 68 j ; $166 - 16\sqrt{3} \text{ j}^2$;

36. 57 j^2 ;

37. $4(3 + 2\sqrt{2}) \text{ cm}^2$;

38. 6 dm ;

39. $26,74 \text{ cm}$; $39,4 \text{ cm}^2$;

40. 15 cm^2 ;

41. $17,5 \text{ cm}$; $14,25 \text{ cm}^2$;

42. $\frac{2}{3}$;

43. 10 j ; 4 j^2 ;

44. $\frac{n^2}{2}$;

45. $\frac{4}{9}a^2$; $\frac{4}{3}a(1 + \sqrt{2})$;

46. $24\sqrt{13} \text{ j}$; 432 j^2 ;

47. $\text{arctg} \frac{4}{3}$; $\frac{5}{4} \text{ j}^2$;

48. 5 j^2 ;

49. 20 j ;

50. $\frac{5}{8}$;

51. 468 cm^2 ;

52. 30 j^2 ;

53. $S = \sqrt{(S_1 + S_2 + S_3)^2 - 4S_1 \cdot S_3}$;

54. 28 cm^2 ; $4\sqrt{6} \text{ cm}$;

55. 120 j^2 ;

56. 21 j^2 ; $7 + 2\sqrt{10} + 3\sqrt{5} \text{ j}$;

57. 18 j^2 ;

58. $\frac{14}{25}d^2$;

59. 830 cm^2 ;

60. $55,85 \text{ j}$; $41,39 \text{ j}^2$; $64,67 \%$;

61. $\frac{\sqrt[4]{3^3}}{3}$;

62. $\frac{3a+b+c}{a+b+c}$; $\frac{3}{1}$;

63. $12(2 + \sqrt{3}) \text{ j}^2$;

64. 6 j ;

65. 19 j^2 ;

66. $37,5 \text{ j}^2$;

67. 30 j^2 ;

68. $\frac{8}{13}$;

69. 54 j^2 ;

70. a^2 ;

71. 25 j^2 ;

72. 40 j^2 ;

73. 40 j^2 ;

74. $9 - \sqrt{17} \text{ cm}^2$;

75. $a^2 \left(3 - \frac{2\sqrt{3}}{3} \right)$;

76. $2\sqrt{15} - 2 \text{ cm}^2$; $8(2\sqrt{2} + 1) \text{ cm}$;

77. $\frac{25}{16}$;

78. $\frac{16}{3} \text{ j}$;

79. 44 j ;

80. $264\pi \text{ m}^2$;
81. 4;
82. a) $\frac{bh}{b+h}$; b) $\left(\frac{bh}{b+h}\right)^2$; c) $\frac{bc}{b+h}$, kde c je vzdálenost bodu M od paty výšky trojúhelníka na stranu MA;
83. $\frac{16}{9} \text{ j}^2$;
84. 120 j^2 ;
85. 2 j^2 ;
86. $10 + 2\sqrt{73} + 4\sqrt{13} \text{ cm}$; 72 cm^2 ;
87. 6 j^2 ;
88. 120 j^2 ;
89. 8 cm^2 ;
90. 9 j^2 ;
91. 36 j^2 ;
92. 64 j^2 ;
93. jsou stejné;
94. $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$;
95. 2 j^2 ;
96. 30 j ; 20 j^2 ;
97. $134,35 \text{ j}$; $368,29 \text{ j}^2$;
98. $\frac{b^2}{8}$;
99. $\frac{9}{8}$;
100. 50 %;
101. $\frac{4}{9}$;
102. 72 cm^2 ;
103. 162 cm^2 ;
104. $\frac{2}{3}$; $\frac{11}{20}$;
105. $62,5 \text{ cm}^2$;
106. $|DY| = 3\sqrt{3} \text{ cm}$; $|PY| = 3 \text{ cm}$; 60° ; $\frac{9}{2}\sqrt{3} \text{ cm}^2$;
107. čtverec s délkou strany $\sqrt{2}a$ opsaný původnímu čtverci;

108. $16 j^2$;
109. $(8 + \sqrt{10})x$; $\frac{15}{2}x^2$;
110. $\frac{25}{16}(2 + \sqrt{2})\sqrt{6 - 4\sqrt{2}} j^2$;
111. $18 j^2$;
112. $\frac{7}{18}$;
113. $27b^2$;
114. $\frac{3}{4}$;
- 115.
116. $80 j$; $\frac{45}{\operatorname{tg} 36^\circ} j^2$; $60 + \frac{45}{\operatorname{tg} 36^\circ} j^2$;
117. $\frac{5a}{1 + \cos 72^\circ}$; $\frac{5}{4} \cdot \frac{a^2 \cos 72^\circ}{(1 + \cos 72^\circ)^2} (\sin 72^\circ + \cos 72^\circ \cdot \operatorname{tg} 54^\circ)$;
118. $\frac{1}{2}$;
119. $9 j^2$;
120. $3\sqrt{3}b$; $\frac{3}{4}\sqrt{3}b^2$;
121. $\frac{3}{8}$;
122. $\frac{3}{13}\sqrt{3}a^2$; $\frac{3}{13}\sqrt{3}a^2$;
123. $32r$; $28r^2$;
124. $\frac{27}{2} j^2$;
125. $6 j^2$;
126. $27 j^2$;
127. $86 j^2$;
128. $\frac{9}{7}$;
129. $\sqrt{2} j^2$;
130. 14 cm ;
131. $8(7\pi + 6\sqrt{3}) \text{ cm}$;

132. $\frac{5}{4}\pi \text{ m};$
133. $6\pi(4 + \sqrt{2}) \text{ j};$
134. $168 + 149\pi \text{ j}^2;$
135. $\frac{a^2}{2};$
136. $\frac{\pi b^2}{8};$
137. $\frac{\pi r^2}{2};$
138. $4;$
139. $36\pi \text{ j}^2;$
140. $\frac{\pi u^2}{8};$
141. $6\pi(4\sqrt{3} - 1) \text{ j}^2;$
142. $144\pi \text{ j}^2;$
143. $\frac{25}{128}\pi a^2;$
144. $2(25\pi - 32 - 8\sqrt{3}) \text{ cm}^2;$
145. $48 - \pi(226 - 88\sqrt{6}) \text{ j}^2;$
146. $36(5\pi - 6\sqrt{3}) \text{ j}^2;$
147. $1 - \frac{\pi}{4\sin 72^\circ};$
148. $2 \text{ cm};$
149. $\frac{3}{4}(7 - 4\sqrt{3})(2\sqrt{3} - \pi);$
150. $\frac{v^2}{4}(4 - \pi);$
151. $\frac{v^2}{16}\left(16 - 3\pi - 4\arctg\frac{1}{2} - 2\sin\left(2\arctg\frac{1}{2}\right)\right);$
152. $1;$
153. $a\sqrt{2} \cdot \left(1 - \frac{4}{3} \cdot \frac{\sqrt{3(4 + \pi)}}{4 + \pi}\right);$
154. $3(3\sqrt{3} - \pi) \text{ j}^2;$
155. $6\pi \text{ j}^2;$

156. $\frac{r^2}{4}(2\sqrt{3} - \pi);$
157. $\frac{v^2}{12}(7 - 4\sqrt{3})(4\pi - 3\sqrt{3});$
158. $7 \text{ j};$
159. $6 \text{ cm}; 18\sqrt{3} \text{ cm}^2;$
160. $r\sqrt{\pi};$
161. kruh;
162. $4r\left(\sqrt{4-\pi} + \frac{\pi}{2} - 2\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{4}{\pi}-1}\right); r^2\left(\sqrt{\pi(4-\pi)} + \pi - 4\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{4}{\pi}-1}\right);$
163. trojúhelník;
164. a) $\frac{a^2}{2}; \frac{9r^2}{2};$
165. $\frac{a^2 \cdot (a-x)^2}{a^2 + x^2};$
166. $12 \text{ j}^2;$
167. $\frac{7}{10} \text{ j}^2;$
168. $35 \text{ j}^2;$
169. $a; \frac{a^2}{4}(3 - 2\sqrt{2});$
170. $8a(2 - \sqrt{2}); 2a^2(2 - \sqrt{2});$
171. $\left(2 - \frac{\pi}{2}\right) \cdot 100 \text{ } \%;$
172. $\frac{4}{3}\pi a; \frac{5a^2}{18}(\pi - 1);$
173. $\pi a; \frac{a^2}{4}(4 - \pi);$
174. $\pi m(\sqrt{2} + 2); m^2;$
175. $\pi q; \frac{\pi}{2} - 1;$
176. $2\pi b; \frac{b^2}{2}(\pi - 2);$
177. $\frac{3}{2}\pi r; \frac{r^2}{4}(\pi - 2);$
178. $7(4 + 3\sqrt{2}) \text{ cm}; \left(\frac{185}{2} + 3\sqrt{2}\right)\pi \text{ cm}^2;$

179. $2\pi a\sqrt{2}; a^2(\pi - 2);$

180. $\frac{9}{2}(3 - 2\sqrt{2});$

181. $1 - \frac{\pi}{4}; 1 - \frac{\pi}{4};$

182. $1200(1 + \sqrt{3}) - 600\pi j^2;$

183. $50\pi\sqrt{3}(2 - \sqrt{3})\%;$

184. $r^2\left(\pi - \frac{4}{5}\right); r\left(\pi + \frac{4\sqrt{5}}{5} + 2\right);$

185. $\frac{5}{12}\pi a^2;$

186. $\frac{a^2}{12}(4\pi - 3\sqrt{3});$

187. $\frac{c^2}{12}(3\sqrt{3} - \pi);$

188. $\frac{p^2}{12}(12 - 2\pi - 3\sqrt{3});$

189. $\pi w; \frac{w^2}{2};$

190. $\frac{1}{2};$

191. $\frac{5}{2}\pi + 7 \text{ cm}; \frac{25}{8}\pi - 6 \text{ cm}^2;$

192. $6\pi \text{ cm}; 6 \text{ cm}^2;$

193. $2\pi r; \frac{1}{4}\pi r^2;$

194. $\frac{r}{4}(4 + \pi\sqrt{2}); \frac{r^2}{16}(6 - \pi);$

195. $r\left(\frac{3}{2}\pi + 2\sqrt{2}\right); \frac{3r^2}{8}(\pi - 2);$

196. $\frac{a}{2}(\pi + 2\sqrt{2}); \frac{a^2}{8}(\pi + 2);$

197. $\frac{7}{2}\pi r; 4r^2;$

198. $\frac{1}{3};$

199. $\frac{4}{25}\pi R^2;$

200. jsou stejné;
201. $2\pi g$;
202. $\pi \frac{d^2}{4}$;
203. $150\pi \text{ cm}^2$;
204. $\left(\frac{29}{4}\right)^2 \cdot \arcsin\left(\frac{20}{29}\right) - \frac{105}{4} j^2$;
205. $3,5\pi j^2$;
206. $50\pi j^2$;
207. $6r; \frac{r^2}{2}(18\sqrt{3} - 7\pi)$;
208. $64 j$; $10\pi j$; $16\pi j$; $256 j^2$; $25\pi j^2$; $64\pi j^2$;
209. $819\pi j^2$; $182\pi j$;
210. $\frac{2}{3}$;
211. $192 - 50\pi \text{ cm}^2$;
212. $\frac{r^2}{8}(\pi - 2)$;
213. $\pi \text{ cm}$;
214. $S_A < S_B$; pro $a < \frac{\pi}{2} b$;
215. $5\pi - 4 j$;
216. $4\pi - 8 j^2$;
217. $5\pi j^2$;
218. $\frac{\pi a}{3}(2\sqrt{3} - 3)$; $\frac{\pi a^2}{12}(7 - 4\sqrt{3})$;
219. $\frac{\pi u^2}{2}(3 - 2\sqrt{2})$;
220. $16\pi(9 - 4\sqrt{5}) j^2$;
221. $\frac{\pi a^2}{16}$;
222. $\frac{a}{4}(8 - 4\sqrt{2} - 5\pi + 6\pi\sqrt{2})$; $\frac{a^2}{8}(\pi - (4 + 3\pi)(3 - 2\sqrt{2}))$;
223. $\frac{u}{2}(4 + \pi)(\sqrt{2} - 1)$; $\frac{u^2}{4}(4 - \pi)(3 - 2\sqrt{2})$;
224. $\frac{25}{64}\pi a^2$;

225. 256 j^2 ;
226. $50(\pi - 2) \text{ j}^2$;
227. $100(\pi - 2)(3 - 2\sqrt{2}) \text{ j}^2$;
228. $4\pi \text{ j}^2$;
229. $\frac{a^2}{16}(8 + 4\sqrt{3} - 3\pi)$;
230. $4\sqrt{3} - \frac{11}{6}\pi \text{ j}^2$;
231. $r^2(\sqrt{3} - \pi + 2); \frac{r}{2}(3\pi + 4)$;
232. $ab - \pi\left(\frac{a^2 + b^2}{4a}\right)^2$;
233. 4 j ;
234. $\frac{2}{3}(2\pi - 3\sqrt{3}) \text{ j}^2$;
235. $8(2 + \sqrt{3}) \text{ j}$;
236. $\frac{3}{16}a^2(4 - \pi)$;
237. $\frac{\pi}{2}a^2 + (b^2 - a^2) \cdot \operatorname{arctg} \frac{a}{b} - a \cdot b$;
238. $\frac{3}{4}a^2 \cdot \operatorname{arctg} \frac{1}{2} - \frac{a^2}{4}$;
239. $4\pi r; r^2(2\pi - 3\sqrt{3})$;
240. první je výhodnější;
241. $\frac{75}{4}\pi \text{ m}^2 \doteq 59 \text{ m}^2; \frac{2125}{4}\pi \text{ m}^2 \doteq 1669 \text{ m}^2$;
242. 7512 m^2 ;
243. $\frac{1}{8r}\left(\frac{a^2 + 4r^2}{4r} \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{4a \cdot r}{a^2 - 4r^2}\right) - a \cdot (a^2 - 4r^2)\right)$;
244. $\frac{1}{8r}\left(\frac{a^2 + 4r^2}{4r} \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{4a \cdot r}{a^2 - 4r^2}\right) - a \cdot (a^2 - 4r^2)\right) - \pi \cdot r^2$;
245. $a^2 - \frac{1}{8r}\left(\frac{a^2 + 4r^2}{4r} \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{4a \cdot r}{a^2 - 4r^2}\right) - a \cdot (a^2 - 4r^2)\right)$;
246. $u \cdot (2 + \pi); u^2\left(1 + \frac{\pi}{4}\right)$;

$$247. \quad n \cdot \left(2\pi \frac{3\sqrt{2}+2}{7} + 2 + \pi \right); \quad n^2 \left(\frac{22+12\sqrt{2}}{49} \pi - 1 - \frac{\pi}{4} \right);$$

$$248. \quad \frac{b^2}{3} (\pi + 3 - 3\sqrt{3});$$

$$249. \quad \frac{c^2}{3} (\pi - 12 + 6\sqrt{3});$$

$$250. \quad 4\pi r; \quad r^2 \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right);$$

$$251. \quad 2\pi r; \quad r^2 \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right);$$

$$252. \quad 4\pi r; \quad 2r^2;$$

$$253. \quad \frac{4}{3} r^2 (3 + \pi - 3\sqrt{3});$$

$$254. \quad \frac{2}{3} r^2 (\pi + 6\sqrt{3} - 12);$$

$$255. \quad \frac{1}{3} r^2 (36 - 7\pi - 6\sqrt{3});$$

$$256. \quad \frac{1}{3} r^2 (\pi + 6\sqrt{3} - 12);$$

$$257. \quad \frac{1}{3} r^2 (\pi + 6\sqrt{3} - 12);$$

$$258. \quad \frac{2}{3} r^2 (3\sqrt{3} - \pi);$$

$$259. \quad \frac{4}{3} r^2 (6 + \pi - 3\sqrt{3});$$

$$260. \quad \frac{2}{3} r^2 (12 - 3\sqrt{3} - 2\pi);$$

$$261. \quad \frac{1}{3} r^2 (\pi + 6\sqrt{3});$$

$$262. \quad 144 \text{ j}^2;$$

$$263. \quad 1032,3 \text{ m}^2; \quad 3,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1};$$

$$264. \quad 384 \text{ cm}^2; \quad 512 \text{ cm}^3;$$

$$265. \quad 2a(a + 2v); \quad a^2 v;$$

$$266. \quad 2a^2 v \cdot \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}}; \quad 4a \left(a \cdot \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}} + 2v \right);$$

$$267. \quad 3840 \text{ mm}^3; \quad 1504 \text{ mm}^2;$$

$$268. \quad 8(1 + 2\sqrt{6}) \text{ cm}^2; \quad 8 \cdot \sqrt{6} \text{ cm}^3;$$

269. 60 cm^3 ; 96 cm^2 ;

270. $\sqrt{(u_1^2 + u_2^2 - u_3^2) \cdot (u_1^2 + u_3^2 - u_2^2)} + \sqrt{(u_2^2 + u_3^2 - u_1^2) \cdot (u_1^2 + u_3^2 - u_2^2)} + \sqrt{(u_1^2 + u_2^2 - u_3^2) \cdot (u_2^2 + u_3^2 - u_1^2)}$;
 $\frac{\sqrt{2}}{4} \sqrt{(u_1^2 + u_3^2 - u_2^2) \cdot (u_1^2 + u_2^2 - u_3^2) \cdot (u_2^2 + u_3^2 - u_1^2)}$;

271. $a^2 \sqrt{3}$; $\frac{\sqrt{2}}{12} a^3$;

272. $4a \cdot \left(\frac{a}{2} \cdot \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}} + \sqrt{v^2 + \frac{a^2}{4} \cdot \frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}} \right)$; $\frac{2}{3} a^2 v \cdot \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}}$;

273. 25 l ;

274. 1375 cm^2 ;

275. $0,51 \text{ m}$, obrázek odpovídá;

276. 60 J^3 ; $79 + 3\sqrt{89} \text{ J}^2$;

277. 1000 cm^3 ; $100(4 + \sqrt{2}) \text{ cm}^2$;

278. 2058 ml ; $11,3^\circ$;

279. $7,1 \text{ mm}$;

280. $4,9 \text{ mm}$; $39,2^\circ$;

281. 2196 m^3 ; 1256 m^2 ;

282. druhý válec má větší objem; $\sqrt{2}$;

283. $164,35 \text{ km}^3$;

284. $\pi r^3 = 3141,5 \text{ cm}^3$; $\pi r^2 (2 + \sqrt{2}) = 1072 \text{ cm}^2$; $24,5 \text{ kg}$;

285. $11539,5 \text{ cm}^3$; $3360,3 \text{ cm}^2$;

286. $1 + \sqrt{85} \text{ cm} \doteq 10,22 \text{ cm}$;

287. $\frac{234}{25} \text{ cm}$;

288. $\frac{3\pi}{250} (9\sqrt{3} + 39) \text{ l}$;

289. $26,5 \text{ l}$;

290. $25,3 \text{ m}^3$;

291. $\frac{19}{27} a^3$; $6a^2$;

292. $\frac{21}{25} b^3$; $\frac{182}{25} b^2$;

293. $\frac{102}{125} r^3$; $\frac{38}{5} r^2$;

294. $\frac{381}{500}u^3; \frac{199}{25}u^2;$

295. $\frac{7}{8}v^3; 6v^2;$

296. $\frac{1}{16}z^3(16-\pi); \frac{1}{8}z^2(48+3\pi);$

297. $\frac{21}{25}\pi k^2v; \frac{2}{5}\pi k(k+v);$

298. $2a^3; 6a^2\sqrt{2};$

299. $\frac{1}{6}b^3; \sqrt{3}\cdot b^2; \frac{1}{6};$

300. $\frac{1}{12}a^3; \frac{a^2}{2}(1+\sqrt{6});$

301. $\frac{1}{48}a^3; \frac{a^2}{8}(3+\sqrt{3});$

302. $\frac{1}{24}a^3; \frac{3}{4}a^2;$

303. $\frac{2}{3};$

304. $18:3\pi:2\sqrt{3}; 6:\pi:2.$