Planimetrie

1. Trojúhelníky

1.1 Trojúhelník PUK má délky stran 5,4 cm, 7,8 cm a 6 cm. Trojúhelník SAD má délky stran 8,1 cm, 11,7 cm a 9 cm. Jsou trojúhelníky PUK a SAD podobné? Zdůvodněte.

1.2 Trojúhelník MOC má délky stran 6,4 cm, 7,2 cm a 5,2 cm. Trojúhelník HUL má délky stran 4,8 cm, 5,4 cm a 3,7 cm. Jsou trojúhelníky MOC a HUL podobné? Zdůvodněte.

1.3 Jedna z odvěsen pravoúhlého trojúhelníku MOK má délku 14 cm. V jaké vzdálenosti od druhé odvěsny leží střed přepony?

1.4 Trojúhelník TMA má v pořadí vrcholů délky stran 8 cm, 10 cm a 6 cm. V trojúhelníku NOC má strana *o* délku 15 cm. Určete délky zbývajících stran trojúhelníku NOC, jestliže trojúhelníky TMA a NOC jsou podobné.

1.5 Trojúhelník LSD má délky stran 12 cm, 16 cm a 20 cm. Určete délky stran trojúhelníka HIV, který je s trojúhelníkem LSD podobný, je-li poměr podobnosti roven jedné osmině.

1.6 V lichoběžníku ROTA je délka základny RO 12 cm, délka základny TA 8 cm a délka úsečky RS je 6 cm; bod S je průsečík úhlopříček. Jaká je délka celé úhlopříčky RT?

1.7 Délky stran trojúhelníka JAS jsou (v pořadí vrcholů) 7 cm, 9 cm a 12 cm. Obvod trojúhelníka DEN, který je s trojúhelníkem JAS podobný, je 56 cm. Určete délky stran trojúhelníka DEN.

1.8 Pravoúhlý trojúhelník ODS má délky odvěsen 3 cm a 4 cm. Trojúhelník MUF, který je s trojúhelníkem ODS podobný, má obsah $24\ \mathrm{cm}^2$. Určete délku přepony trojúhelníku ODS a délky všech stran trojúhelníku MUF.

1.9 V rovnostranném trojúhelníku BOK je bod L střed strany OK. Z bodu L je spuštěna kolmice na stranu BO a její patou je bod Z. Kolik procent obsahu trojúhelníka BOK tvoří trojúhelník ZLO?

1.10 V trojúhelníku LEM leží bod S ve třetině délky úsečky LE blíže bodu L, bod T leží ve třetině délky úsečky SE blíže bodu S a bod U leží na úsečce EM tak, že platí $|\sphericalangle SME| = |\sphericalangle TUE|$. Určete poměr obsahů trojúhelníků: a) LEM a SEM, b) LEM a TEM, c) SEM a TEM, d) LEM a TEU.

1.11 Do rovnoramenného trojúhelníku TAM je vepsán čtverec KUDY tak, že strana KU čtverce leží na základně TA trojúhelníka, bod D leží na straně AM a bod Y leží na straně TM. Délka základny trojúhelníka je 12 cm a výška trojúhelníku na jeho základnu má délku 8 cm. Jaká je délka strany vepsaného čtverce?

1.12 Rovnoramenný trojúhelník FOK má být rozdělen úsečkou rovnoběžnou s jeho základnou tak, aby vzniklé dva útvary měly stejný obsah. Jak daleko od základny trojúhelníka s délkou 10 cm má být úsečka vedena? Výška na základnu trojúhelníka FOK má délku 12 cm.

1.13 Jarda, jehož oči jsou ve výšce 160 cm nad zemí, stojí na vodorovné cestě ve vzdálenosti 20 m od věže vysoké 12 cm. Jak daleko od sebe musí Jarda položit na zem zrcátko, aby v něm viděl vrchol věže?

1.14 Podle pravidel silničního provozu mohou potkávací světla auta osvětlovat cestu do vzdálenosti maximálně 30 m od vozidla. Kvůli kontrole dosahu potkávacích světel svého auta zastavil Jarda ve vzdálenosti 2 m od zdi. Potkávací světla jsou na autě ve výšce 60 cm nad zemí. V jaké výšce nad zemí musí Jarda nakreslit na zdi značku, aby mohl zjistit, zda potkávací světla auta svítí správně?

1.15 Parcela ve tvaru trojúhelníka je na plánu v měřítku 1:2500 zakreslena jako trojúhelník se stranami 12 mm, 16 mm a 22 mm. Kolik metrů pletiva je nutné na oplocení této parcely?

1.16 Svislá metrová tyč vrhá stín 125 cm dlouhý. Jak vysoký je sloup, který stojí vedle tyče a který ve stejný okamžik vrhá stín dlouhý 20 m?

1.17 Přímá cesta stoupá na každých 100 m o 25 cm. Na jaké vzdálenosti bude činit výškový nárůst 2,5 m?

1.18 Do stanu ve tvaru pravidelného čtyřbokého jehlanu s délkou podstavné hrany 3 m a výškou 2,5 m má být schován válcový sud. Poměr výšky a průměru sudu je 2:3. Jaké mohou být největší rozměry sudu, aby se do stanu vešel?

1.19 Rozdělte zadanou úsečku KL bodem W tak, aby platilo a) $|\mathrm{KW}|:|\mathrm{WL}|=1:5$, b) $|\mathrm{KW}|:|\mathrm{WL}|=5:3$.

1.20 Sestrojte trojúhelník SUD, jestliže je dáno: délka strany *d*, výška na stranu *d* a velikost vnitřního úhlu u vrcholu D.

1.21 Sestrojte trojúhelník KUS, jestliže délka strany *k* je rovna 5 cm, velikost vnitřního úhlu u vrcholu K je $30°$ a délka těžnice na stranu *k* je 6 cm.

1.22 Sestrojte trojúhelník SAD, jestliže délka strany *a* je rovna 6 cm, velikost vnitřního úhlu u vrcholu A je $50°$ a délka strany *s* je rovna 5 cm.

1.23 Sestrojte rovnoběžník DOMA, je-li délka strany *d* rovna 5 cm, délka strany *o* rovna 3 cm a velikost úhlu DSO je $\sigma = 135°$. Bod S je průsečíkem úhlopříček daného rovnoběžníku.

2. Pythagorova věta a Euklidovy věty

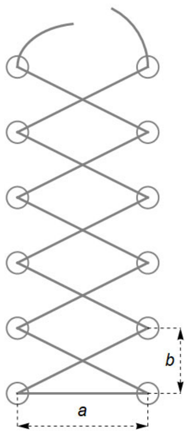
2.1 S využitím Pythagorovy věty, Eukleidovy věty o výšce a Eukleidovy věty o odvěsně sestrojte úsečku délky: a) $\sqrt{20}$ j, b) $\sqrt{21}$ j, c) $\sqrt{18}$ j, d) $\sqrt{12}$ j, e) $\sqrt{8}$ j, f) $\sqrt{7}$ j.

2.2 Dřevěná deska ve tvaru obdélníka má délku úhlopříčky 125 cm. Délky stran desky jsou v poměru 2:1. Určete délky stran desky.

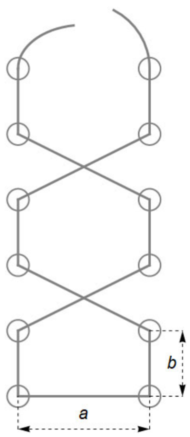
2.3 Úhlopříčka televizní obrazovky s poměrem délek stran 16:9 má délku 102 cm. Určete rozměry obrazovky.

2.4 Zahrada má tvar obdélníka, jehož jedna strana je o 7 metrů delší než druhá. Délka cesty, která vede úhlopříčně přes zahradu, je 13 m. Určete rozměry zahrady.

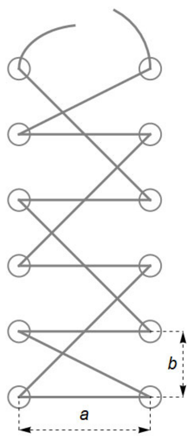
2.5 Běžně používané šněrování tkaniček, které většina z nás používá v botách s tkaničkami, není jediné možné. Způsobů šněrování lze nalézt celou řadu. Určete délky tkaniček pro realizaci šněrování zobrazených na obr. 1 až obr. 5, jestliže *a* = 5 cm a *b* = 2 cm. Na oba konce tkaniček, které jsou nutné na jejich zavázání (a které nemusejí být na obrázcích zobrazeny v měřítku) je přitom potřeba 46 cm délky tkaničky.



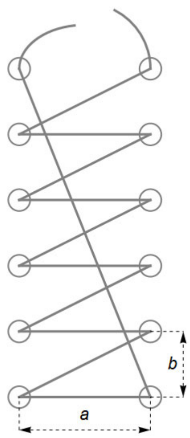
obr. 1



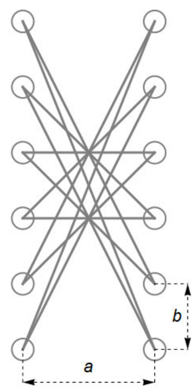
obr. 2



obr. 3



obr. 4



obr. 5

2.6 V trojúhelníku HIC s pravým úhlem při vrcholu C je délka strany *h* 12 cm a délka těžnice na stranu *h* je 8 cm. Určete délku strany *c* a délku těžnice na stranu *i*.

2.7 Rozhodněte, zda každý trojúhelník, jehož strany mají délky $2n$, n^2+1 a n^2-1 (ve vhodných jednotkách) pro libovolné přirozené *n* větší než 1, je pravoúhlý.

2.8 Rozhodněte, zda trojúhelník, jehož strany mají velikost u^2-v^2, u^2+v^2 a $2uv$ (ve vhodných jednotkách) pro $u, v \in \mathbb{N}$ a současně $u > v$, je pravoúhlý.

2.9 Vypočítejte délku tětivy v kružnici o poloměru 10 cm, víte-li, že tětiva dělí průměr k ní kolmý v poměru $2:3$.

2.10 V kružnici o poloměru *r* je vedena sečna ve vzdálenosti *b* od středu kružnice. Určete délku tětivy, kterou sečna na kružnici vytíná.

2.11 Určete poloměry kružnice vepsané a opsané čtverci, jehož strana má délku a.

2.12 Pravidelný šestiúhelník je vepsán do kružnice o poloměru r. Určete obvod a obsah tohoto šestiúhelníku.

2.13 Pravidelný šestiúhelník je opsán kružnici o poloměru r. Určete obvod a obsah tohoto šestiúhelníku.

2.14 Železniční most má délku l. Konstrukce mostu je ohraničena kružnicí o poloměru r. Jak vysoko nad železnicí je nejvyšší bod konstrukce?

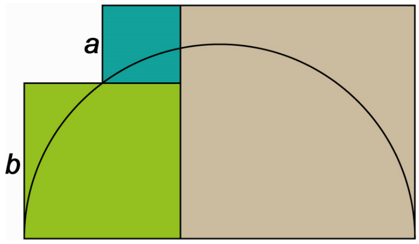
2.15 V pravoúhlém trojúhelníku je délka přepony 26 cm. Jak dlouhé úseky vytíná na přeponě výška na tuto přeponu dlouhá 12 cm?

2.16 Výška pravoúhlého trojúhelníku dělí přeponu na dva úseky o délkách 4 cm a 6 cm. Určete délky stran tohoto trojúhelníku a délku výšky na přeponu.

2.17 Délky dvou kratších stran zahrady ve tvaru pravoúhlého trojúhelníku mají délky 120 m a 50 m. Jakou délku má třetí strana zahrady? Jak dlouhá je kolmice vedená k nejdelší straně zahrady z protilehlého vrcholu?

2.18 Je dána kružnice $k(\mathrm{S}; 4\,\mathrm{cm})$ a bod A, pro který platí $|\mathrm{AS}| = 10\,\mathrm{cm}$. Vypočítejte vzdálenost bodu A od spojnice bodů dotyku tečen vedených z bodu A ke kružnici k.

2.19 Určete délky stran všech tří čtverců zobrazených na obr. 6. Průměr zobrazené kružnice je d.



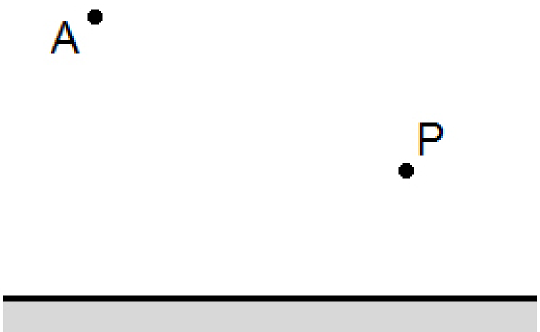
obr. 6

2.20 Ve výšce h nad povrchem Země, která má tvar koule o poloměru r, obíhá družice. Určete vzdálenost družice od místa na povrchu Země, z něhož by bylo možné pozorovat družici právě na horizontu. Jaká je výška kulového vrchlíku Země, který je možné z družice pozorovat?

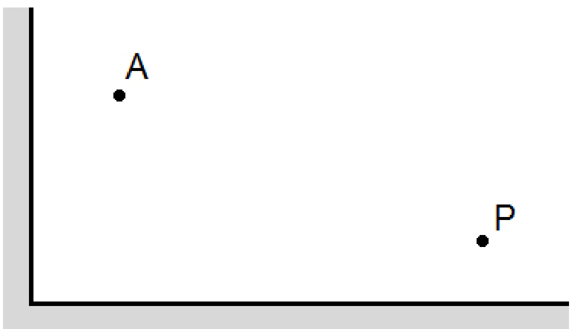
3. Osová souměrnost

3.1 Bodem A umístěným před rovinným zrcadlem veďte světelný paprsek tak, aby odražený paprsek procházel daným bodem P (viz obr. 7).

3.2 Bodem A umístěným před dvěma rovinnými zrcadly veďte světelný paprsek tak, aby světlo po odrazu od obou zrcadel prošlo daným bodem P (viz obr. 8).



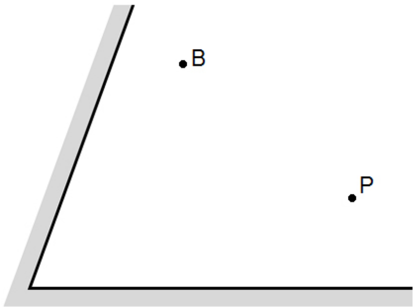
obr. 7



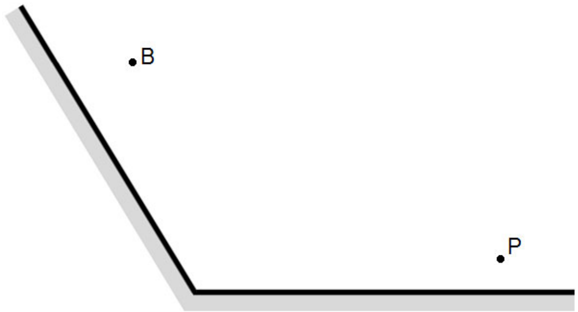
obr. 8

3.3 Bodem B umístěným před dvěma rovinnými zrcadly veďte světelný paprsek tak, aby světlo po odrazu od obou zrcadel prošlo daným bodem P (viz obr. 9).

3.4 Bodem B umístěným před dvěma rovinnými zrcadly veďte světelný paprsek tak, aby světlo po odrazu od obou zrcadel prošlo daným bodem P (viz obr. 10).



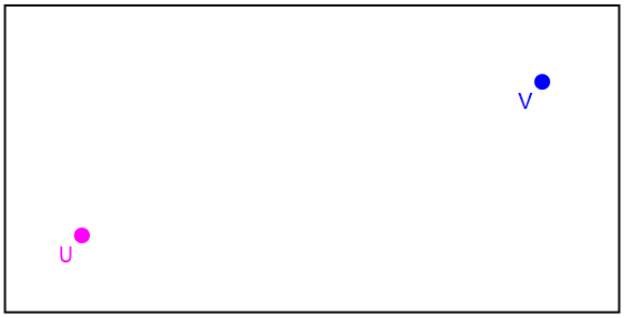
obr. 9



obr. 10

3.5 Určete osy osových souměrností, v nichž jsou samodružné útvary mající tvar velkých tiskacích písmen A, B, C, D, E, H, I, K, M, O, T, U, V, W, X a Y. (Patky u zobrazených písmen neuvažujte, „bříška“ písmene B považujte za stejná, „nožičky“ písmena K za stejně dlouhé a stejně strmé.)

3.6 Na kulečníkovém stole (viz obr. 11) jsou dvě koule - U a V. Určete trajektorii pohybu koule U tak, aby trefila kouli V a přitom se odrazila a) právě jednou od jednoho mantinelu stolu (ale postupně od každého), b) právě dvakrát od dvou různých mantinelů, c) právě třikrát od tří různých mantinelů. Použitý postup fyzikálně a matematicky zdůvodněte. Koule považujte za dostatečně malé. (Řešitelnost některých částí úlohy závisí na umístění koulí na stole.)



obr. 11

3.7 Na obdélníkovém kulečníkovém stole ABCD o rozměrech $|AB| = 1{,}5\ \text{m}$ a $|BC| = 2\ \text{m}$ leží dvě koule *X* a *Y*. Koule *X* je vzdálena 30 cm od strany AB a 50 cm od strany AD stolu. Koule *Y* je vzdálena 60 cm od strany DC a 20 cm od strany BC stolu. Určete graficky i výpočtem, pod jakým úhlem je třeba vystřelit kouli *X*, aby se po odrazech od strany AB a BC stolu trefila do koule *Y*. Jak dlouhou dráhu koule *X* urazí? Koule považujte za dostatečně malé.

3.8 Sestrojte trojúhelník JAS, jestliže délka strany *a* je 5 cm, součet délek stran *j* a *s* je 10 cm a vnitřní úhel při vrcholu J má velikost $50°$.

3.9 Sestrojte trojúhelník PCR, je-li jeho obvod 9 cm, velikost vnitřního úhlu při vrcholu C je $60°$ a výška na stranu *r* má délku 4 cm.

3.10 Sestrojte trojúhelník LSD, jestliže je dáno: velikost úhlu při vrcholu S, výška na stranu *l* a součet $|SD| + |DN| + |NL|$, kde bod N je střed strany LS daného trojúhelníka.

3.11 Jsou dány dva různé body K a L neležící na dané přímce *u*. Sestrojte bod Z ležící na přímce *u* tak, aby součet vzdáleností $|KZ| + |LZ|$ byl nejmenší.

3.12 Jsou dány dvě různoběžky *p* a *q* se společným bodem V. Uvnitř ostrého úhlu s vrcholem V leží bod T. Sestrojte trojúhelník KAT tak, aby $K \in p$, $A \in q$ a trojúhelník KAT měl minimální obvod.

3.13 V kartézské soustavě O*xy* je dán bod $A = [3; 2]$. Na ose *x* sestrojte takový bod D, aby lomená čára ODA měla délku 8 j.

3.14 Je dána přímka *p*. V každé z opačných polorovin, na které rozděluje danou rovinu přímka *p*, leží jedna kružnice. Sestrojte kosočtverec ZIMA tak, aby úhlopříčka IM ležela na přímce *p*, její délka byla rovna 5 cm a body Z a A ležely každý na jedné ze zadaných kružnic.

3.15 Sestrojte trojúhelník PUK, jestliže jdou dány délky jeho stran *p* a *u* a velikost úhlu $\alpha - \beta$, kde α je vnitřní úhel při vrcholu P a β je vnitřní úhel při vrcholu U.

3.16 Sestrojte lichoběžník JUDO, jestliže je dáno: délka strany UD je rovna 8 cm, délka strany DO je rovna 5 cm a délka strany OJ je rovna 6 cm a $|\sphericalangle \mathrm{OJU}| - |\sphericalangle \mathrm{JUD}| = 30°$.

3.17 Sestrojte čtyřúhelník ABCD, jestliže je dáno: $|\mathrm{AB}| = a$, $|\mathrm{BC}| = b$, $|\mathrm{CD}| = c$ a $|\mathrm{DA}| = d$, přičemž $a > d$. Úhlopříčka AC hledaného čtyřúhelníku přitom leží na ose vnitřního úhlu u vrcholu A.

3.18 Přímka *q* rozděluje rovinu na dvě navzájem opačné poloroviny. V jedné z nich leží kružnice *k* a ve druhé trojúhelník LES. Sestrojte všechny pravoúhlé trojúhelníky PAV s pravým úhlem při vrcholu V, pro které je přímka *q* jejich osou souměrnosti, bod P leží na kružnici *k* a bod A leží na hranici trojúhelníka LES. Diskutuje počet řešení zadané úlohy.

4. Středová souměrnost

4.1 Určete středy středových souměrností, v nichž jsou samodružné útvary mající tvar velkých tiskacích písmen H, I, N, O, S, X a Z. (Patky u zobrazených písmen neuvažujte.)

4.2 Je dán ostrý úhel COP a uvnitř něj (ale ne na ose úhlu) bod M. Sestrojte všechny takové úsečky, které mají krajní body na ramenech OC a OP daného úhlu a jsou bodem M půleny.

4.3 Je dán bod S ležící uvnitř trojúhelníku KOV. Sestrojte takovou příčku trojúhelníka KOV, která je bodem S půlena.

4.4 Je dán bod Q uvnitř ostrého úhlu RUN. Sestrojte čtverec PIVO tak, aby bod P ležel na polopřímce UR, bod V na polopřímce UN a bod Q byl středem čtverce PIVO.

4.5 Jsou dány přímky *u* a *v* a bod S. Sestrojte čtverec VLAK se středem S, aby bod V ležel na přímce *u* a bod A ležel na přímce *v*.

4.6 Jsou dány dvě soustředné kružnice *m* a *n* a bod S ležící na kružnici s menším poloměrem. Sestrojte rovnoběžník KOTE se středem S, jehož vrcholy leží na daných kružnicích.

4.7 Jsou dány čtyři kružnice *k*, *l*, *m* a *n* a bod S. Sestrojte rovnoběžník JARO tak, aby platilo $\mathrm{J} \in k$, $\mathrm{A} \in l$, $\mathrm{R} \in m$, $\mathrm{O} \in n$ a bod S ležel na průsečíku úhlopříček rovnoběžníku JARO.

4.8 Jsou dány dvě protínající se kružnice *k* a *l*, které mají různé poloměry. Sestrojte takovou přímku procházející jedním jejich společným bodem, která vytíná na obou kružnicích stejně dlouhé tětivy.

4.9 Je dána kružnice *k* se středem S a poloměrem *r*. V jejím bodě T je ke kružnici vedena tečna *t*. Ve stejné polorovině s hraniční přímkou *t*, jako leží kružnice *k*, zvolte bod N. Sestrojte úsečku, která má jeden krajní bod na kružnici *k*, druhý na přímce *t* a bod N ji půlí. Diskutujte počet řešení úlohy v závislosti na poloze bodu N.

4.10 Je dán čtverec TYGR, přímka *p* a bod S. Sestrojte úsečku UV tak, aby jejím středem byl bod S, bod U ležel na přímce *p* a bod V na obvodu čtverce TYGR. Diskutujte počet řešení úlohy v závislosti na poloze bodu S a přímky *p* vůči čtverci TYGR.

4.11 Sestrojte trojúhelník UFO, je-li dáno: délka strany *o*, délka t_u těžnice na stranu u a velikost úhlu ω, který svírá těžnice na stranu *u* se stranou *f*.

4.12 Je dána přímka *q*, kružnice *k* se středem S a poloměrem *r* a navzájem různé body E a F. Sestrojte trojúhelník ODA tak, aby jeho vrchol O ležel na přímce *q*, vrchol D na kružnici *k* a body E a F byly po řadě středy stran OA a DA. Diskutujte počet řešení úlohy v závislosti na vzájemné poloze kružnice *k*, přímky *p* a bodů E a F.

4.13 Je dána kružnice *k* se středem S a poloměrem *r* a její vnější bod A. Sestrojte bod dotyku kružnice *k* s její tečnou procházející bodem A. Při řešení a) použijte Thaletovu kružnici, b) nepoužívejte Thaletovu kružnici.

5. Posunutí

5.1 Jsou dány různoběžky a a, b a úsečka MN. Sestrojte úsečku AB shodnou a rovnoběžnou s úsečkou MN tak, aby její krajní body A a B ležely po řadě na přímkách a a b.

5.2 Je dána úsečka AB a trojúhelník KRB. Na hranici trojúhelníku určete takové body U a V, aby úsečka UV byla rovnoběžná s úsečkou AB a byla stejně dlouhá jako úsečka AB.

5.3 Jsou dány rovnoběžné přímky p a q a bod U (který neleží na ose pásu rovnoběžek). Sestrojte kružnici, která se dotýká přímek p a q a prochází bodem U.

5.4 Sestrojte příčku dvou rovnoběžek u a v, která je kolmá k oběma přímkám a která je z daného bodu F vidět pod úhlem $60°$. Diskutujte počet řešení úlohy v závislosti na poloze bodu F.

5.5 Je dána kružnice k (S; r), přímka q a kladné reálné číslo v. Sestrojte takovou tětivu kružnice k, která je rovnoběžná s přímkou q a která má délku v.

5.6 Jsou dány dvě kružnice k a l a dva různé body A a B (neležící na kružnicích). Sestrojte úsečku KL, která je rovnoběžná s úsečkou AB, má stejnou délku jako úsečka AB, bod K leží na kružnici k a bod L leží na kružnici l.

5.7 Sestrojte lichoběžník VODA, jehož strany VO a DA jsou navzájem rovnoběžné, jestliže platí: $|\mathrm{VO}| = 6\ \mathrm{cm}$, $|\mathrm{DA}| = 2\ \mathrm{cm}$. $|\mathrm{VA}| = 4\ \mathrm{cm}$ a $|\mathrm{OD}| = 5\ \mathrm{cm}$.

5.8 Je dána úsečka MN, kružnice k a trojúhelník HIC, přičemž kružnice a trojúhelník nemají žádné společné body. Sestrojte čtverec LUPA tak, aby jeho strana LU byla rovnoběžná s úsečkou MN a měla stejnou velikost jako úsečka MN, bod L ležel na kružnici k a bod U na hranici trojúhelníka HIC. Diskutujte počet řešení úlohy.

5.9 Jsou dány dvě přímky p a q a úsečka EF. Sestrojte čtverec DUNA tak, aby strana DU byla stejně dlouhá jako úsečka EF a byla s ní rovnoběžná, bod D ležel na přímce p a bod U ležel na přímce q. Diskutujte počet řešení úlohy.

5.10 Je dána kružnice k s vyznačeným průměrem PQ a vnější přímka p kružnice k. Na přímce p je vyznačena úsečka AB. Sestrojte bod W na kružnici k tak, aby polopřímky PW a QW protínaly přímku p v bodech C a D takových, že $|\mathrm{CD}| = |\mathrm{AB}|$. Diskutujte počet řešení úlohy.

5.11 Sestrojte rovnoběžník SOVA, jestliže $|\mathrm{SO}| = a$, $|\mathrm{OV}| = b$ a $|\sphericalangle \mathrm{SUO}| = \varphi$, kde U je průsečík úhlopříček SV a OA.

5.12 Sestrojte čtyřúhelník KOLA, jestliže $|\mathrm{KO}| = a$, $|\mathrm{LA}| = c$, $|\mathrm{KL}| = e$, $|\mathrm{OA}| = f$ a $|\sphericalangle \mathrm{KSO}| = \alpha$, kde S je průsečík úhlopříček KL a OA.

6. Otočení

6.1 Určete velikost úhlu otočení hodinové a minutové ručičky a) od 0:00 do 15:00 téhož dne, b) od 6:30 do 14:15 téhož dne.

6.2 Určete velikost úhlu otočení, který svírají hodinová a minutová ručička a) v 5 hodin, b) ve 3:15, c) v 7:45.

6.3 Jsou dány dvě rovnoběžné přímky u a v a mimo ně bod K. Sestrojte rovnostranný trojúhelník VLK tak, aby jeho vrcholy ležely po řadě na přímkách u a v.

6.4 Jsou dány dvě soustředné kružnice k a l a bod T ležící na jedné z kružnic. Sestrojte rovnostranný trojúhelník TRN tak, aby bod R ležel na kružnici k a bod N ležel na kružnici l.

6.5 Jsou dány dvě různé kružnice m a n, jejichž jeden společný bod označíme D. Sestrojte čtverec DRON tak, aby vrchol R ležel na kružnici m a vrchol N ležel na kružnici n.

6.6 Je dána kružnice k, bod V a úsečka EF. Sestrojte tětivu CD kružnice k tak, aby tětiva byla vidět z bodu V pod úhlem $60°$ a současně $|\mathrm{CD}| = |\mathrm{EF}|$.

6.7 Jsou dány dvě různoběžky p a q a bod S (ne na ose úhlu daných přímek). Sestrojte všechny čtverce AZOR takové, že bod S je jejich středem, bod A leží na přímce p a bod Z leží na přímce q.

6.8 Jsou dány dvě protínající se kružnice *m* a *n* s různými poloměry. Jeden jejich společný bod označme W. Sestrojte všechny rovnoramenné trojúhelníky WHO tak, aby $|\sphericalangle \mathrm{HWO}| = 120°$, bod H ležel na kružnici *m* a bod O ležel na kružnici *n*.

6.9 Do daného rovnoběžníku TLAK vepište čtverec UDIV tak, aby vrcholy čtverce ležely každý na jiné straně rovnoběžníku.

6.10 Je dána kružnice *k* (S; 3,5 cm) a bod X ležící v její vnitřní oblasti tak, že $|\mathrm{SX}| = 2{,}5\ \mathrm{cm}$. Sestrojte všechny tětivy kružnice *k*, které procházejí bodem X a mají délku 5,5 cm.

6.11 Jsou dány různoběžné přímky *k* a *l*, bod V neležící na žádné z přímek a trojúhelník BUS, který nemá se zadanými přímkami žádné společné body. Sestrojte trojúhelník VRT, který je podobný trojúhelníku BUS a přitom vrchol R leží na přímce *k* a vrchol T leží na přímce *l*.

6.12 Je dán čtverec LETO a úsečka PR. Sestrojte čtverec ZIMA, jehož každý vrchol leží na jedné straně čtverce LETO a přitom $|\mathrm{ZI}| = |\mathrm{PR}|$.

6.13 Je dána kružnice *k* (S; *r*), bod P ležící ve vnitřní oblasti kružnice *k* a bod Q ležící vně kružnice *k*. Sestrojte rovnoběžky *p* a *q* tak, aby bod P ležel na přímce *p*, bod Q ležel na přímce *q*, přímka *p* protnula kružnici *k* v bodě X a přímka *q* protnula kružnici *k* v bodě Y, přičemž body X a Y omezují čtvrtinu kružnice *k*.

7. Stejnolehlost

7.1 Ve stejnolehlosti $H(\mathrm{T}; 0{,}5)$ sestrojte obraz trojúhelníku EFG. Bod T je těžiště trojúhelníka.

7.2 Ve stejnolehlosti $H(\mathrm{P}, -3)$ sestrojte obraz trojúhelníku KLM. Bod P je průsečík výšek trojúhelníka.

7.3 Sestrojte všechny trojúhelníky PES, v nichž $|\mathrm{PS}| : |\mathrm{ES}| = 5 : 4$, úhel při vrcholu S má velikost $60°$ a výška na stranu S má délku 5 cm.

7.4 Sestrojte trojúhelník MAK, jestliže velikost vnitřního úhlu u vrcholu M je $60°$, velikost vnitřního úhlu u vrcholu A je $45°$ a těžnice na stranu A má délku 5 cm.

7.5 Sestrojte trojúhelník LUK, jestliže $l : u : k = 4 : 5 : 6$ a poloměr kružnice vepsané je 1,5 cm.

7.6 Do daného ostroúhlého trojúhelníku ZOH vepište čtverec KUBA tak, aby strana KU čtverce ležela na straně ZO trojúhelníka, bod B ležel na straně OH a bod A ležel na straně ZH.

7.7 Do kruhové výseče DRN s ostrým středovým úhlem s vrcholem R vepište čtverec LABE tak, aby strana LA ležena na rameni RD, vrchol B ležel na oblouku dané výseče a vrchol E ležel na rameni RN.

7.8 Jsou dány dvě různoběžky *a* a *b* a bod U neležící na žádné z nich. Sestrojte všechny kružnice dotýkající se přímek *a* a *b* a procházející bodem U.

7.9 Sestrojte středy stejnolehlostí dvou daných kružnic $k_1(\mathrm{S}_1; r_1)$ a $k_2(\mathrm{S}_2; r_2)$. Řešte pro případ, že a) $|\mathrm{S}_1\mathrm{S}_2| > r_1 + r_2$, b) $|\mathrm{S}_1\mathrm{S}_2| = r_1 + r_2$.

7.10 Sestrojte společné tečny ke dvěma kružnicím z předcházející úlohy.

7.11 Je dána kružnice *k* a v její vnitřní oblasti bod D. Sestrojte všechny tětivy UV kružnice *k* procházející bodem D, které jsou tímto bodem děleny v poměru 1:3.

7.12 Je dán půlkruh vymezený průměrem AB a obloukem ASB, kde S je střed kruhu, jehož půlkruh uvažujeme. Uvnitř půlkruhu leží bod M. Sestrojte všechny příčky daného půlkruhu, které mají krajní body na hranici půlkruhu a jsou bodem M děleny v poměru 1:2.

7.13 Je dán půlkruh vymezený průměrem CD a obloukem CSD, kde S je střed kruhu, jehož půlkruh uvažujeme. Vně půlkruhu leží bod Q. Sestrojte všechny příčky daného půlkruhu, které mají krajní body na hranici půlkruhu, leží na přímce procházející bodem Q a jsou bodem Q děleny v poměru $|\mathrm{QX}| : |\mathrm{QY}| = 2 : 1$ 1:2.

Řešení

1. Trojúhelníky

1.1 ano;

1.2 ne;

1.3 7 cm;

1.4 9 cm; 12 cm;

1.5 96 cm; 128 cm; 160 cm nebo 1,5 cm; 2 cm; 2,5 cm;

1.6 10 cm;

1.7 14 cm; 18 cm; 24 cm;

1.8 6 cm; 8 cm; 10 cm;

1.9 25 %;

1.10 $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{8}{27}$;

1.11 4,8 cm;

1.12 $6\left(2-\sqrt{2}\right)$ cm;

1.13 2,35 m;

1.14 0,56 m;

1.15 125 m;

1.16 16 m;

1.17 1 km;

1.18 1,99 m; 1,33 m

2. Pythagorova věta a Euklidovy věty

2.1

2.2 $50\sqrt{5}$ cm; $25\sqrt{5}$ cm;

2.3 $\frac{9\sqrt{337}}{337}$ cm $\doteq 50$ cm; $\frac{16\sqrt{337}}{337}$ cm $\doteq 89$ cm;

2.4 5 m; 12 m;

2.5 104,9 cm; 84,5 cm; 107,4 cm; 109,1 cm; 95,7 cm;

2.6 13,1 cm; 12,3 cm;

2.7 je;

2.8 je;

2.9 19,6 cm;

2.10 $2\sqrt{r^2-b^2}$;

2.11 $\frac{a}{2}$; $\frac{\sqrt{2}}{2}a$;

2.12 $6r$; $\frac{3\sqrt{3}}{2}r^2$;

2.13 $4r\sqrt{3}$; $2r^2\sqrt{3}$;

2.14 $r-\sqrt{r^2-\frac{l^2}{4}}$;

2.15 8 cm; 18 cm;

2.16 $2\sqrt{10}$ cm; $2\sqrt{15}$ cm; 10 cm; $2\sqrt{6}$ cm;

2.17 130 m; $\frac{600}{13}$ m $\doteq 46{,}2$ m;

2.18 8,4 cm;

2.19 $\frac{d}{5}$; $\frac{2d}{5}$; $\frac{3d}{5}$;

2.20 $\sqrt{h\left(h+2r\right)}$; $\frac{hr}{h+r}$;

3. Osová souměrnost

4. Středová souměrnost

5. Posunutí

6. Otočení

7. Stejnolehlost

Zdroje

[1] Davidová E.: Řešení planimetrických úloh - konstrukční a početní úlohy, Wichterlovo gymnázium, Ostrava 2006
[2] Šedivý J.: *Shodná zobrazení v konstruktivních úlohách*, Matematický ústav ČSAV a ÚV ČSM, Mladá fronta, Praha 1962
[3] Šedivý J.: *Shodnost a podobnost v konstrukčních úlohách*, ÚV MO, Mladá fronta, Praha 1980